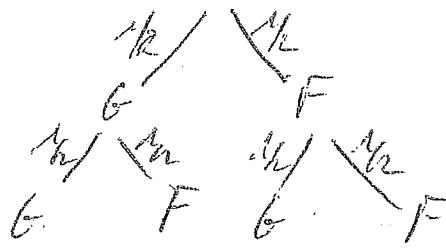


ex 25

Indépendance...

① Pour la famille Robert:



A: "avoir des enfants des 2 sexes" : GF / FG

$$\Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

B: "avoir au plus un garçon" : FF / GF / FG

$$\Rightarrow P(B) = \frac{3}{4}$$

A ∩ B: "avoir des enf. des 2 sexes et au plus un garçon" : GF / FG

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

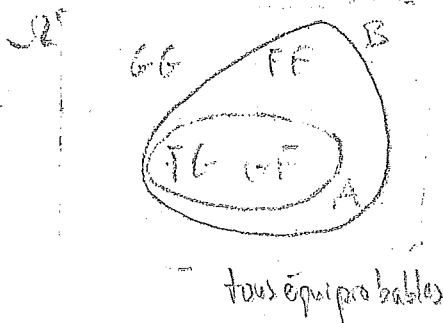
Comme  $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ , on a pu A et B sont dépendants

$$\text{Autrement: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/2}{3/4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \neq P(A)$$

$\Rightarrow$  donc le fait que B soit réalisé modifie la probabilité que A le soit aussi!

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/2}{1/2} = 1 \neq P(B)$$

$\Rightarrow$  si A est réalisé, B l'est forcément! Donc il y a dépendance

De façon exhaustive

⚠ de ne pas confondre:

événements disjoints (ou incompatibles)

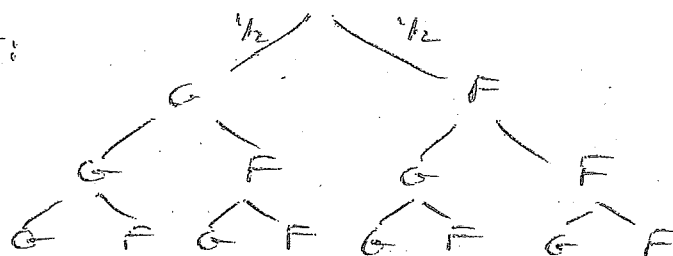
c-à-d  $A \cap B = \emptyset$ , et donc  $P(A \cap B) = 0$

et

événements indépendants

c-à-d  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Pour la famille Roulet:



A: tout sauf GGG et FFF  $\Rightarrow p(A) = 6/8 = 3/4$

B: FFF / FFG / FGF / GFF  $\Rightarrow p(B) = 4/8 = 1/2$

$A \cap B$ : FFG / FGF / GFF  $\Rightarrow p(A \cap B) = 3/8$

Comme  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ , car  $\frac{3}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ ,  
on a que A et B sont indépendants

Autrement:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{3/8}{1/2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{4} = P(A)$$

le fait que B soit réalisé ne modifie pas la probabilité  
que A le soit: dans le nouvel univers  $\Omega_B = \{FFF, FFG, FGF, GFF\}$ ,  
la probabilité d'avoir des enfants des deux sexes reste  $\frac{3}{4}$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{3/8}{3/4} = \frac{1}{2} = P(B) : \text{idem}$$

$$\Omega_A = \{FFG, FGF, GFF, FGG, GFG, GGF\}$$

dans cet univers, la prob. d'avoir ~~au moins~~ un garçon vaut  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$  les événements sont bien indépendants !

De façon ensemble:

