83 (a) $x^2+y^2=4^2$ $C(0;0)$ $r=4$

(b) $x^2+y^2-6y+9=16+9$

$x^2+(y-3)^2=5^2$ $C(0;3)$ $r=5$

(c) $x^2-10x+25+y^2+8y+16=-5+25+16$

$(x-5)^2+(y+4)^2=36$ $C(5;-4)$ $r=6$

(d) $x^2+6x+9+y^2-14y+49=-50+9+49$

$(x+3)^2+(y-7)^2=8$ $C(-3;7)$ $r=\sqrt{8}$

84 $M=$ milieu de $[PQ]=\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$

$N=$ " " $[PR]=(2;5)$

$\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-1\\-7\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$

$d_1\perp[PQ]$ par M : $\begin{pmatrix}x+3/2\\y-3/2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\-7\end{pmatrix}=0$

$-x-3/2-7y+21/2=0$

$\boxed{x+7y-9=0}$

$d_2\perp[PR]$ par N: $\begin{pmatrix}x-2\\y-5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}=0$

$6x-12=0$

$\boxed{x=2}$

$d_1\cap d_2$: $\begin{cases}x+7y-9=0\\x=2\end{cases}\Rightarrow 7y=7$

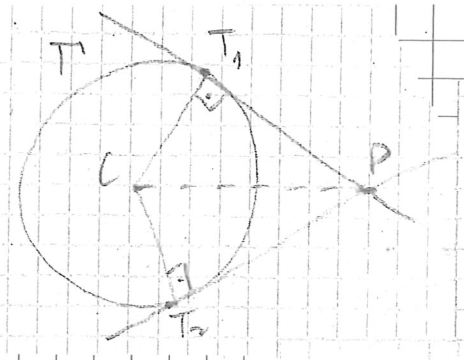
$y=1$

$C(2;1)$

$r=\|\overrightarrow{IR}\|=\left\|\begin{pmatrix}5-2\\5-1\end{pmatrix}\right\|=\left\|\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}\right\|=\sqrt{25}=5$

$(x-2)^2+(y-1)^2=5^2$

85



• $\Gamma : x^2-8x+16+y^2+2y+1 = -12+1+16$

$$(x-4)^2+(y+1)^2 = 5$$

$$C(4;-1)$$

$$r=\sqrt{5}$$

(remarque: en équation vectorielle: $T(x;y) \in \Gamma \Leftrightarrow \|\overrightarrow{CT}\| = 5$)

• on veut: $\overrightarrow{PT}\cdot\overrightarrow{CT}=0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-9 \\ y-4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}=0$

$$\Leftrightarrow (x-9)(x-4)+(y-4)(y+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-13x+36+y^2-3y-4=0$$

$$\left(x^2-13x+\frac{169}{4}\right)+\left(y^2-3y+\frac{9}{4}\right)=-32+\frac{169}{4}+\frac{9}{4}$$

$$\left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$$

(remarque: on obtient la même équation en considérant le cercle de centre Milieu[PC] et de rayon $\frac{\|\overrightarrow{CP}\|}{2}$)

On a: $\Gamma \cap \Gamma_1 = \{T_1; T_2\}$

donc $\begin{cases} \left(x-\frac{13}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{2} \Leftrightarrow \left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{2}-\left(x-\frac{13}{2}\right)^2 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{\frac{25}{2}-\left(x-\frac{13}{2}\right)^2}+\frac{3}{2} \\ (x-4)^2+(y+1)^2=5 \Leftrightarrow (y+1)^2=5-(x-4)^2 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{5-(x-4)^2}-1 \end{cases}$

d'où $\pm\sqrt{\frac{25}{2}-\left(x-\frac{13}{2}\right)^2}+\frac{3}{2}=\pm\sqrt{5-(x-4)^2}-1$

$\Leftrightarrow \pm\sqrt{\frac{25}{2}-\left(x-\frac{13}{2}\right)^2}=\pm\sqrt{5-(x-4)^2}-\frac{5}{2}$ on élève au carré

$$\frac{25}{2}-\left(x^2-13x+\frac{169}{4}\right)=5-(x^2-8x+16)\pm5\sqrt{5-(x^2-8x+16)}+\frac{25}{4}$$

$$\Leftrightarrow 5x-25=\pm5\sqrt{-x^2+8x-11}$$

$\Leftrightarrow \cancel{5}(x-5)=\pm\cancel{5}\sqrt{-x^2+8x-11}$ on élève au carré

$$\Leftrightarrow x^2-10x+25=-x^2+8x-11$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-18x+36=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-9x+18=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-6)=0$$

$x=3$ ou $x=6$; d'où $y=\pm\sqrt{5-(6-4)^2}-1=\pm1-1 \to 0,\ -2$

ou $y=\pm\sqrt{5-(3-4)^2}-1=\pm2-1 \to 1,\ -3$

4 candidats : $(3;1)$; $(3;-3)$; $(6;0)$; $(6;-2)$

comme on a élevé 2 fois au carré, on doit vérifier les solutions :

On substitue ces valeurs candidates dans les équations de départ :

$(3;1)$: ... ✓ $\qquad$ $(6;0)$: ... non

$(3;-3)$: ... non $\qquad$ $(6;-2)$: ... ✓

donc $T_1 = (3;1)$ et $T_2 = (6;-2)$

d'où, les équations des tangentes sont :

t_1 : $\overrightarrow{PT_1}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ vect dir et $T_1(3;1) \in t_1$: $\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = -6\lambda \\ y-1 = -3\lambda \quad \Big| \cdot(-2) \end{cases}$$

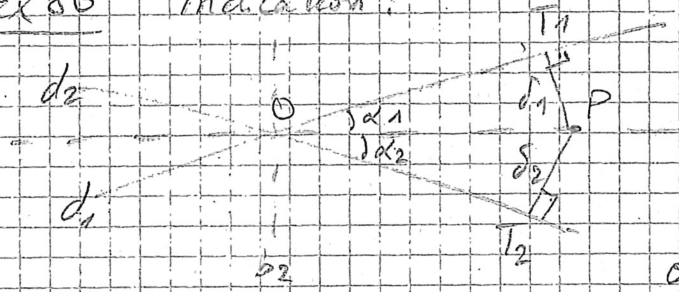
$$\Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$$

t_2 : $\overrightarrow{PT_2}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$ vect dir et $T_2(6;-2) \in t_2$: $\begin{pmatrix}x-6\\y+2\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-6 = -3\lambda \quad \Big| \cdot(-2) \\ y+2 = -6\lambda \end{cases}$$

$$-2x + y + 14 = 0$$

ex 86 Indication :



b_1 bissectrice de d_1 et d_2
càd $\alpha_1 = \alpha_2$ [déf bissectrice]

on a : $\vec{OP} \cdot \vec{OT_1} = \|\vec{OP}\| \cdot \|\vec{OT_1}\| \cos(\alpha_1)$
et $\vec{OP} \cdot \vec{OT_2} = \|\vec{OP}\| \cdot \|\vec{OT_2}\| \cos(\alpha_2)$
[déf pr. scal]

Comme $\cos(\alpha_1) = \cos(\alpha_2)$ [$\alpha_1 = \alpha_2$]

on a : $\dfrac{\vec{OP} \cdot \vec{OT_1}}{\|\vec{OP}\| \|\vec{OT_1}\|} = \dfrac{\vec{OP} \cdot \vec{OT_2}}{\|\vec{OP}\| \cdot \|\vec{OT_2}\|}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(\vec{OT_1} + \vec{T_1P}) \cdot \vec{OT_1}}{\|\vec{OT_1}\|} = \dfrac{(\vec{OT_2} + \vec{T_2P}) \cdot \vec{OT_2}}{\|\vec{OT_2}\|}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\vec{OT_1} \cdot \vec{OT_1} + \cancel{\vec{T_1P} \cdot \vec{OT_1}}}{\|\vec{OT_1}\|} = \dfrac{\vec{OT_2} \cdot \vec{OT_2} + \cancel{\vec{T_2P} \cdot \vec{OT_2}}}{\|\vec{OT_2}\|}$

$\Leftrightarrow \dfrac{\|\vec{OT_1}\|^2}{\|\vec{OT_1}\|} = \dfrac{\|\vec{OT_2}\|^2}{\|\vec{OT_2}\|} \Leftrightarrow \|\vec{OT_1}\| = \|\vec{OT_2}\|$
$\Leftrightarrow \delta_1 = \delta_2$

càd : " tout point d'une bissectrice est à égale distance des deux droites "

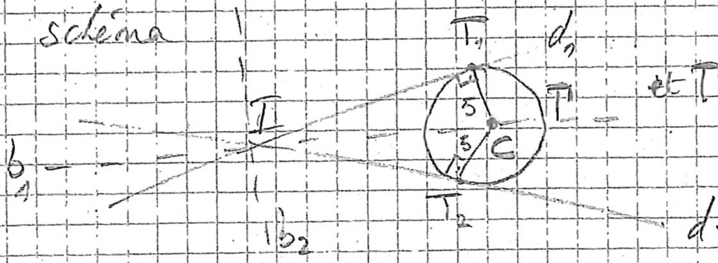
et donc, en posant $P(x;y)$:

$$\frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$ [thm distance pt-droite dans $\mathbb{R}^2$]

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{a_1x + b_1y + c}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{\pm(a_2x + b_2y + c_2)}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}}_{}$$

les deux équations de bissectrice b_1 et b_2

ex 86 schéma



et $T \in 1^{er}$ quadrant

donc $C(x;y)$ avec $x, y > 0$

$T(u;v)$ avec $u, v > 0$

avec l'indication : $\frac{3x-4y+13}{\sqrt{16+9}} = \pm \frac{7x+24y-103}{\sqrt{49+576}}$

$\iff \overset{5}{\cancel{25}}(3x-4y+13) = \pm \cancel{5}(7x+24y-103)$

$\iff 15x-20y+65 = \pm(7x+24y-103)$

$b_1 : 8x-44y+168=0$

$\iff 2x-11y+42=0$

et

$b_2 : 22x+4y-38=0$

$\iff 11x+2y-19=0$

remarque $\vec{n_1}\binom{2}{-11}$ est bien $\perp$ à $\vec{n_2}\binom{11}{2}$ ...

$I = b_1 \cap b_2$: $\begin{cases} 2x-11y+42=0 \\ 11x+2y-19=0 \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ 11 \end{vmatrix}$

$125x = -125$

$x = -1 \implies y = 15$

càd $I(-1;15)$

on a : $\vec{IT} \cdot \vec{CT} = 0$

$\iff \begin{pmatrix} x+1 \\ y-15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-c_1 \\ y-c_2 \end{pmatrix} = 0$

$\iff x^2+x(1-c_1)-c_1+y^2+y(-15-c_2)+15c_2=0$

[rem: c'est l'éq. du cercle de centre C et de rayon $\overline{CT}$]

on a : $\|\vec{CT}\| = 5 \iff (x-c_1)^2+(y-c_2)^2=25$

ex87 $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-2\\-6\\2\end{pmatrix}$ M = milieu de [PQ] = (4 ; 4 ; −1)

Π_1 par M et $\perp$ à $\overrightarrow{PQ}$: $\begin{pmatrix}x-4\\y-4\\z+1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-2\\-6\\2\end{pmatrix}=0 \Leftrightarrow -2(x-4)-6(y-4)+2(z+1)=0$

$\Leftrightarrow -2x-6y+2z+34=0$

$\Leftrightarrow x+3y-z-17=0$

$\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix}-8\\11\\3\end{pmatrix}$ N = milieu de [QR] = (−1 ; 6,5 ; 1,5)

Π_2 par N et $\perp$ à $\overrightarrow{QR}$: $\begin{pmatrix}x+1\\y-6,5\\z-1,5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-8\\11\\3\end{pmatrix}=0 \Leftrightarrow -8(x+1)+11(y-6,5)+3(z-1,5)=0$

$\Leftrightarrow -8x+11y+3z-84=0$

$\overrightarrow{RS}\begin{pmatrix}2\\-14\\-4\end{pmatrix}$ V = milieu de [RS] = (−4 ; 5 ; 1)

Π_3 par V et $\perp$ à $\overrightarrow{RS}$: $\begin{pmatrix}x+4\\y-5\\z-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\-14\\-4\end{pmatrix}=0 \Leftrightarrow 2(x+4)-14(y-5)-4(z-1)=0$

$\Leftrightarrow 2x-14y-4z+82=0$

$\Leftrightarrow x-7y-2z+41=0$

C centre de la sphère = $\Pi_1\cap\Pi_2\cap\Pi_3$

$\begin{cases} x+3y-z-17=0\\ -8x+11y+3z-84=0\\ x-7y-2z+41=0\end{cases} \xrightarrow[\text{calc.}]{} x=-3\ ;\ y=6\ ;\ z=-2\ :\ C(-3;6;-2)$

puis $r=\|\overrightarrow{CQ}\|=\left\|\begin{pmatrix}3+3\\1-6\\0+2\end{pmatrix}\right\|=\left\|\begin{pmatrix}6\\-5\\2\end{pmatrix}\right\|=\sqrt{36+25+4}=\sqrt{65}$

finalement, équation de $\mathcal{S}$: $(x+3)^2+(y-6)^2+(z+2)^2=65$

ex88 $\Sigma : (x+3)^2 + (y-15)^2 + (z-2)^2 = 225$ $\quad C(-3;15;2)$, $r = 15$

$T \in \Sigma \Leftrightarrow (7+3)^2 + (4-15)^2 + (4-2)^2 \overset{?}{=} 225$

$100 + 121 + 4 \overset{?}{=} 225$ ✓

$\overrightarrow{CT}\begin{pmatrix} 7+3 \\ 4-15 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix}$ vect normal de π

$P(x;y;z) \in \pi \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-7 \\ y-4 \\ z-4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -11 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 10(x-7) - 11(y-4) + 2(z-4) = 0$

$\Leftrightarrow 10x - 11y + 2z - 34 = 0$

ex89 (a) $\Sigma : x^2 + y^2 - 4y + 4 + z^2 + 2z + 1 = 20 + 4 + 1$

$\Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$

$C(0;2;-1)$ et $r = 5$

(b) $\overrightarrow{CT}\begin{pmatrix} 3-0 \\ 6-2 \\ -1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \perp d$

π plan tangent à Σ : $\begin{pmatrix} x-3 \\ y-6 \\ z+1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3(x-3) + 4(y-6) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 4y - 33 = 0$

toute droite de π fait l'affaire : $(11;0;z) \in \pi$

donc $\left.\begin{matrix} A(11;0;0) \\ B(11;0;1) \end{matrix}\right\} \in \pi$

$\left.\begin{matrix} \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ vect dir de } d \\ T(3;6;-1) \in d \end{matrix}\right\} d : \begin{pmatrix} x-3 \\ y-6 \\ z+1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \\ y-6 = 0 \\ z+1 = \lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$ éq. de d

(c) $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} 4-0 \\ 3-2 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} > r = 5$, donc A est à l'extérieur de Σ

ex 90 $T(x;y;z)$ pt de tangence

$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} \perp \Pi$

$\vec{CT}\begin{pmatrix}x-4\\y-1\\z+5\end{pmatrix} = \lambda\vec{n} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x-4\\y-1\\z+5\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4+\lambda \\ y = 1+2\lambda \\ z = -5+2\lambda \end{cases}$

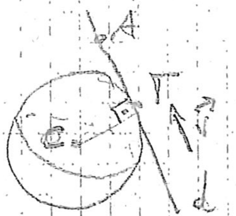
$T \in \Pi \Leftrightarrow (4+\lambda)+2(1+2\lambda)+2(-5+2\lambda)-4=0$

$\Leftrightarrow 9\lambda - 8 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 8/9$

donc : $\vec{CT} = \frac{8}{9}\vec{n} = 8/9\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ et $r = \|\vec{CT}\| = \frac{8}{9}\sqrt{1+4+4} = \frac{8}{3}$

$\Sigma : (x-4)^2+(y-1)^2+(z+5)^2 = \frac{64}{9}$

ex 91 • d : $A(3;5;5) \in d$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}$ directeur de d



• soit $T(x;y;z) \in d$ tel que $\vec{AT} \perp \vec{CT}$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix}x-3\\y-5\\z-5\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}x-0\\y-0\\z-0\end{pmatrix} = 0$ (comme c'est un plan !)

et $T \in d \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3+\lambda \\ y = 5+\lambda \\ z = 5-2\lambda \end{cases}$

on substitue $\begin{pmatrix}3+\lambda-3\\5+\lambda-5\\5-2\lambda-5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3+\lambda\\5+\lambda\\5-2\lambda\end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow \lambda(3+\lambda)+\lambda(5+\lambda)-2\lambda(5-2\lambda) = 0$

$\Leftrightarrow 6\lambda^2 - 2\lambda = 0$

$\Leftrightarrow 2\lambda(3\lambda-1) = 0$

$\cancel{\lambda = 0}$ ou $\lambda = \frac{1}{3}$

d'où $x = 3+\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

$y = 5+\frac{1}{3} = \frac{16}{3}$

$z = 5-2\frac{1}{3} = \frac{13}{13}$

$T\left(\frac{10}{3}, \frac{16}{3}, \frac{13}{3}\right)$

• $r = \|\vec{CT}\| = \sqrt{\frac{100}{9}+\frac{256}{9}+\frac{169}{9}} = \sqrt{\frac{525}{9}} = \sqrt{\frac{175}{3}}$

• $\Sigma : x^2+y^2+z^2 = \frac{175}{3}$

ex 92 (a) $\pi_1 \parallel Ox \iff \vec{n}_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ dir de π_1

$\vec{AB}\begin{pmatrix}1-0\\0-2\\2-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ aussi dir de π_1

$\vec{AB} \times \vec{n}_1 = \begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix} \perp \pi_1$, donc $\begin{pmatrix}x-0\\y-2\\z-0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix} = 0$

$\iff 2(y-2) + 2z = 0$

$\iff 2y + 2z - 4 = 0$

$\iff y + z - 2 = 0 \; : \pi_1$

$\pi_2 : \begin{pmatrix}x-1\\y-2\\z+2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix} = 0 \iff 3(y-2) + (z+2) = 0$

$\iff 3y + z - 4 = 0 \; : \pi_2$

(b) angle entre π_1 et π_2 = angle entre $\vec{n}_1$ et $\vec{n}$:

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}_1\| \cdot \|\vec{n}\|} = \frac{\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{20}} \iff \alpha \simeq 26{,}57°$$

(c) $T(x;y;z)$ pt de tangence

$\vec{n}_1\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \perp \pi_1$

$\vec{CT}\begin{pmatrix}x-1\\y-0\\z-0\end{pmatrix} = \lambda \vec{n}_1 = \lambda\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \iff \begin{cases}x = 1\\y = \lambda\\z = \lambda\end{cases} \iff \begin{cases}x = 1\\y = z\end{cases}$

$T \in \pi_1 : \; y + y - 2 = 0$

$\iff 2y = 2 \iff y = 1 = z = x$ d'où $T(1;1;1)$

$\vec{CT}\begin{pmatrix}1-1\\1-0\\1-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow r = \|\vec{CT}\| = \sqrt{2}$ et donc $\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 2$

(d) $\begin{cases}\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 2\\ \pi_2 : 3y + z - 4 = 0\end{cases}$ $\quad \vec{n}\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix} \perp \pi_2 \Rightarrow d$ par C et de vect dir $\vec{n}$:

$\begin{pmatrix}x-1\\y\\z\end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix} \iff \begin{cases}x = 1\\y = 3\lambda\\z = \lambda\end{cases}$

$I = d \cap \pi_2 : \; 3(3\lambda) + \lambda - 4 = 0 \iff \lambda = 2/5$

d'où $I(1;\, 6/5;\, 2/5)$ centre de Γ

$\Sigma \cap \pi_2 : \; z = 4 - 3y$ dans $\Sigma : x^2 + y^2 + (4-3y)^2 = 2$

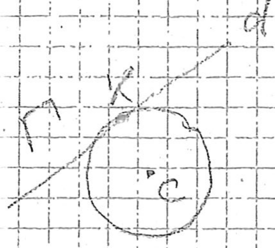
on cherche un point : $J(0;1;1)$ est sol.

puis $r = \|\vec{IJ}\| = \left\|\begin{pmatrix}-1\\-1/5\\3/5\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{1 + \frac{1}{25} + \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{35}{25}} = \frac{\sqrt{35}}{5}$

c) $\pi_1 \cap \pi_2 = d : \begin{cases} y + z - 2 = 0 \\ 3y + z - 4 = 0 \end{cases}$

$-2y + 2 = 0$

$y = 1$, donc $z = 1$



donc tout point $(x; 1; 1) \in d$; par ex $F(1; 1; 1)$ et $G(0; 1; 1)$

càd d est de vecteur directeur $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$

soit π_3 par C et $\perp d$: $\begin{pmatrix}x-1\\y-0\\z-0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$K = \pi_3 \cap d$: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ donc $K(1; 1; 1)$

$\vec{CK}\begin{pmatrix}1-1\\1-0\\1-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix} \Rightarrow \|\vec{CK}\| = \sqrt{2} = r$

$\Rightarrow K \in \Gamma$

$\Rightarrow d$ tangent à Γ