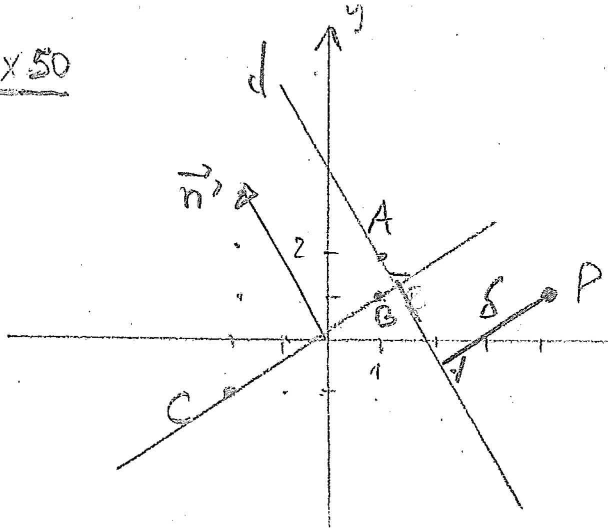
ex 50



$d' : -2x+3y = 1$

$\vec{n}' = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vect normal à d'

(donc vect. directeur de d)

et $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ vect normal à d

éq. de d ? $Q(x;y) \in d \Leftrightarrow \vec{AQ} \cdot \vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 3(x-1) + 2(y-2) = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 2y - 7 = 0$

$$\delta = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{7}{\sqrt{13}} \approx 1{,}94$$

Autre méthode [avec l'autre formule pour le calcul de la distance pt-droite]

$$\delta = \vec{AP} \cdot \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} = \begin{pmatrix} 4-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{13}} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{13}} \left[\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{\sqrt{13}} \cdot [3 \cdot 3 + (-1) \cdot 2]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{13}} \cdot 7$$

3e méthode [avec vecteur projection]

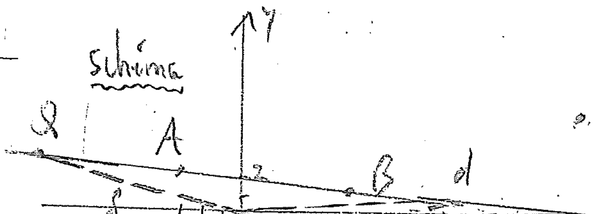
$$\|\vec{proj}_{\vec{n}'} \vec{AP}\| = \frac{|\vec{n}' \cdot \vec{AP}|}{\|\vec{n}'\|} = \frac{\left|\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}\right|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

Pythagore : $\delta = \sqrt{\|\vec{AP}\|^2 - \left(\frac{9}{\sqrt{13}}\right)^2}$

$$= \sqrt{10 - \frac{81}{13}} = \sqrt{\frac{49}{13}} = \frac{7}{\sqrt{13}}$$

ex 51

schéma



on voit sur le schéma qu'il y a 2 solutions ...

• équation de d : $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5+3 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$ vect normal de d

$P(x;y) \in d \Leftrightarrow \vec{AP} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow x + 3 + 8y - 16 = 0$

$\Leftrightarrow x + 8y - 13 = 0$

a) Soit $Q(x;y)$ le pt cherché de d : $Q \in d \Leftrightarrow x = 13 - 8y$

On veut : $\sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 13^2 \Leftrightarrow (13-8y)^2 + y^2 = 169$

$\Leftrightarrow 169 - 208y + 65y^2 = 169 \Leftrightarrow 65y^2 - 208y = 0$

$\Leftrightarrow 13y[5y - 16] = 0$

$y = 0$ ou $y = 16/5$

$\hookrightarrow x = 13$ $\hookrightarrow x = 13 - 8 \cdot 16/5 = -\frac{63}{5}$

$Q_1 = (13; 0)$ et $Q_2 = (-63/5; 16/5) = (-12{,}6; 3{,}2)$

b) On considère la droite d' passant par l'origine $O(0;0)$ et perpendiculaire à d :
$\vec{AB}$ vecteur normal à d', donc $P(x;y) \in d' \Leftrightarrow \vec{OP} \cdot \vec{AB} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x - y = 0$$

puis $I = d \cap d'$:

$$\begin{array}{lrr} ① & x + 8y - 13 = 0 & \left| \begin{matrix} 1 \\ 8 \end{matrix} \right| \\ ② & 8x - y = 0 & \\ \hline + & 65x - 13 = 0 & \end{array}$$

$x = 13/65 = 1/5 = 0{,}2$

dans ② : $y = 8x = 8/5 = 1{,}6$

donc $I = (0{,}2 ; 1{,}6)$

$$\delta(O;d) = \| \vec{OI} \| = \left\| \begin{pmatrix} 0{,}2 \\ 1{,}6 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{0{,}2^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{2{,}6} \cong 1{,}61$$

Rem : on aurait obtenu ce résultat directement avec la formule :

$$\delta(P;d) = \frac{|a x_0 + b y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|1 \cdot 0 + 8 \cdot 0 - 13|}{\sqrt{1^2 + 8^2}}$$

$$= \frac{13}{\sqrt{65}} \cong 1{,}61$$