

<b>Collège de Saussure</b> <b>Epreuve de mathématiques de 3e année, niveau avancé</b>	
Maître	Jean-Marie Delley
Date	25 novembre 2021
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none"> <li>• table numérique non annotée (signets et surlignage autorisés) ;</li> <li>• calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).</li> </ul>
Consignes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire une feuille en y ajoutant votre nom ;</b></li> <li>• la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;</li> <li>• toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul.</li> </ul>

**Nom :** ..... **Prénom :** ..... **Groupe :** .....

### Répartition des points

*Exercice 1 : 10 points*

*Exercice 2 : 10 points*

*Exercice 3 : 21 points*

*Exercice 4 : 13 points*

*Exercice 5 : 14 points*

*Exercice 6 : 5 points*

*Notations : ..... → .... / 2 points*

**Total : ..... / 75 points**

*Français (facultatif) : ..... → .... / 1 point*

**Total final : ..... / 75 points**

**Note : ..... / 6**

## Exercice 1 (environ 10 points)

En utilisant les formules de dérivation, calculer la dérivée des fonctions suivantes (il n'est pas demandé de simplifier les résultats :

(a)  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \sqrt{x}$

(b)  $g(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}}$

Exercice 2 (environ 10 points)

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 2$ .

- (a) Déterminer l'équation de la droite tangente à  $f$  au point  $(1; f(1))$ .
- (b) Pour quelle autre valeur de  $x$  la tangente à la représentation graphique de  $f$  est-elle parallèle à la tangente du point (a) ?

Exercice 3 (environ 21 points)

Etudier la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{-2x^3 + 4x^2}{4(x-2)(x+2)}$ .

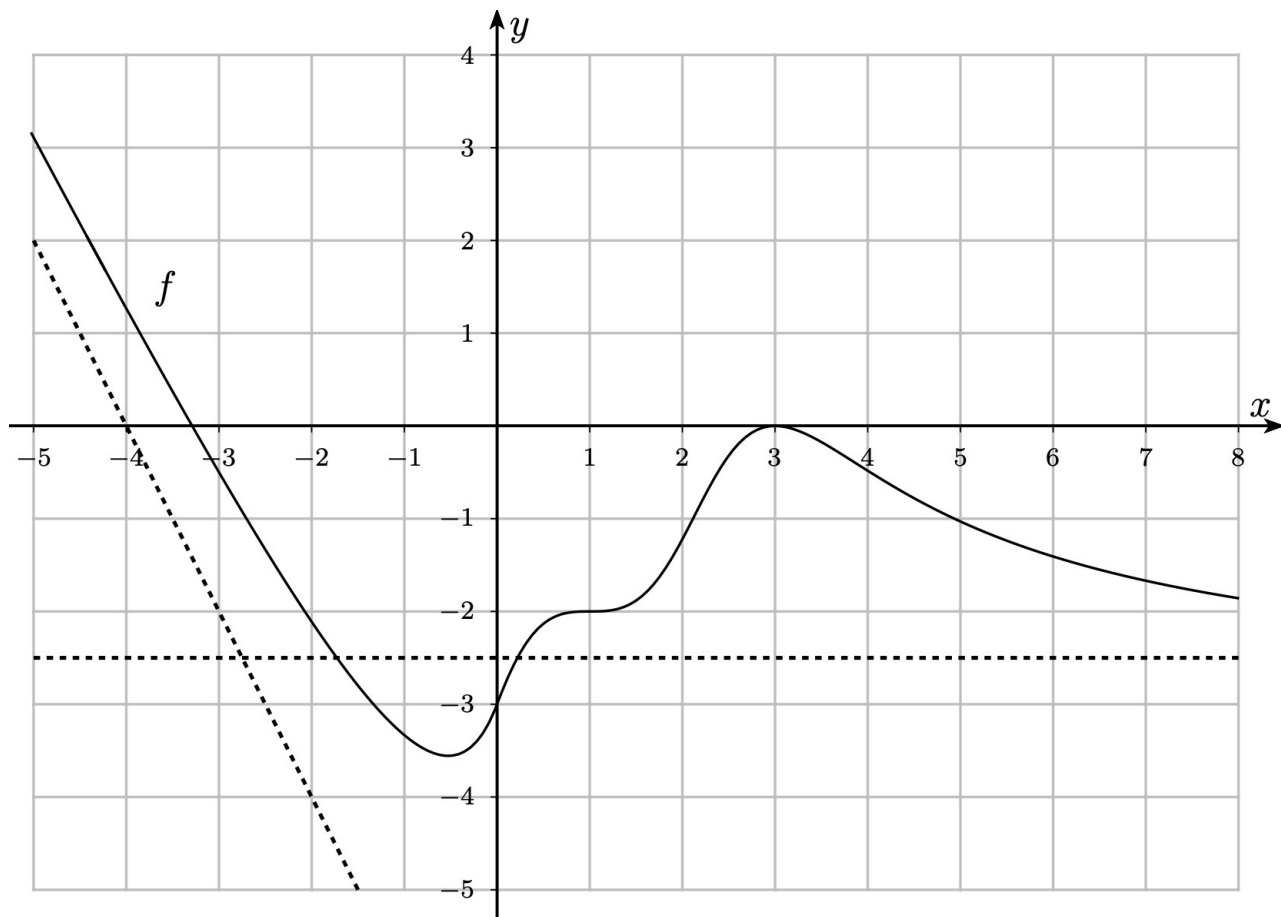
Indications : montrer que  $f'(x) = \frac{-x^2 - 4x}{2(x+2)^2}$  ; on ne demande pas l'étude de la 2<sup>e</sup> dérivée.



Exercice 4 (environ 13 points)

On considère la fonction  $f$  dont le graphe est représenté ci-dessous pour  $x \in ]-5; 8[$ .

- (a) Sur le même repère, tracer le plus précisément possible le graphe de sa fonction dérivée  $f'$   
*Les éléments qui vous permettent d'élaborer cette esquisse doivent être apparents.*

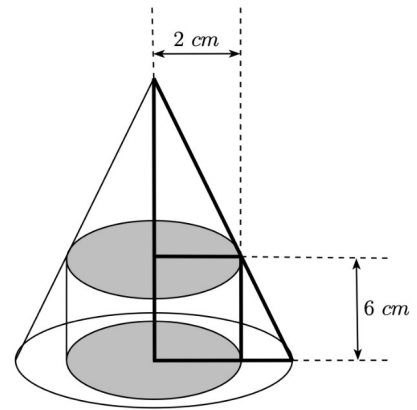


- (b) Donner le tableau de signes (approximatif) de sa dérivée seconde en justifiant les éléments importants :

## Exercice 5 (environ 14 points)

On aimerait calculer le rayon  $r$  et la hauteur  $h$  du cône droit de volume minimal dans lequel on peut inscrire un cylindre de 2 cm de rayon et de 6 cm de hauteur.

- (a) Montrer que le volume d'un tel cône est donné par la fonction  $f(r) = \frac{2\pi r^3}{r-2}$ . La formule du volume du cône est disponible dans la table numérique.



- (b) Calculer le rayon  $r$  et la hauteur  $h$  du cône de volume minimal.

Exercice 6 (environ 5 points)

Vrai ou faux ? Justifier.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{2021} - 1}{x} = 2021$$