

Travail intermédiaire de mathématiques n°1

Date : 9 octobre 2008

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 3Ma1DF1

Nom:

Prénom:

Groupe:

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes : → / ...

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes : → / ...

Total des points des exercices : /

Total des points de l'épreuve : /

Note :

/ 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : <http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/mode-d-emploi-pour-commencer-le-suivi-individualise-des-evaluations>
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
 - un élève dont la note initiale N est ≥ 4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur <http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Début du travail

Exercice 1 (environ 7 points)

Un domino est un rectangle deux fois plus long que large.

On coupe une ficelle de 1m de longueur pour entourer deux surfaces : un carré et un domino (qui n'ont pas forcément la même largeur !).

- (a) Exprimer l'aire totale $A(x)$ délimitée par ces deux surfaces en fonction de la longueur x du carré
- (b) Où doit-on couper la ficelle pour que la somme A des aires ainsi délimitées soit minimale? Donner la réponse sous forme exacte simplifiée au maximum et sous forme arrondi au centième.

Remarque : si vous n'avez pas réussi le point (a), prenez $A(x) = \frac{13x^2 - 7x + 5}{3}$

(qui n'est pas la bonne réponse au point (a) !)

- (c) Que vaut alors cette aire? Donner la réponse sous forme exacte simplifiée au maximum et sous forme arrondi au centième.
- (d) Interpréter graphiquement ce résultat (approximativement).

Exercice 2 (environ 7 points)

Soit la fonction réelle déterminée par $f(x) = \ln(x+2) \cdot \sin\left(\frac{x^4-1}{x^5-1}\right) \cdot \frac{1}{x+2}$

- (a) Dans une fenêtre définie par $x \in [-3; 4]$ et $y \in [-1; 3]$, tracer une représentation graphique avec la calculatrice et la reporter approximativement sur votre feuille.
- (b) Quelles conjectures peut-on en déduire quant à $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (c) On s'intéresse à $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$.

Pourquoi ne s'intéresse-t-on pas à $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$?

- (d) Déterminer avec la calculatrice les valeurs manquantes dans la table ci-dessous :

x	f(x)
-1.995	
-1.996	
-1.997	
-1.998	
-1.999	

- (e) Votre conjecture du point (b) quant à $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ est-elle confirmée ou infirmée par le calcul précédent? Que penser de la représentation graphique de f pour $x \rightarrow -2^+$?

(f) On s'intéresse maintenant à $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

Déterminer avec la calculatrice les valeurs manquantes dans les deux tables ci-dessous :

x	f(x)
0.99	
0.992	
0.994	
0.996	
0.998	

x	f(x)
1.010	
1.008	
1.006	
1.004	
1.002	

(g) Votre conjecture du point (b) quant à $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ est-elle confirmée ou infirmée par le calcul précédent? Que penser de la représentation graphique de f en x=1?

(h) Trouver numériquement arrondi au millième le maximum local de la fonction f dans l'intervalle]-1;1[. Indiquer la séquence de touches utilisées (étapes principales). Ce résultat est-il exact?

Exercice 3 (environ 7 points)

Calculer les limites suivantes en donnant les détails des calculs :

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^6 - 10x}{x^4 - 3x^3 - 1}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 + 12} - 4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^7 + 2x^6 + x^4}{x^4 - 16}$

(d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10}{(3 - x)^3}$

Exercice 4 (environ 4 points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

(a) La réciproque d'une conjecture fautive est toujours vraie

(b) Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe, alors $a \in D_f$

(c) Si f est la fonction réelle définie par $f(x) = \frac{x^8 - 16}{x^4 + 4}$, alors f est une fonction polynomiale de degré 4

Exercice 5 (environ 3 points)

Représenter graphiquement une fonction f de votre choix qui vérifie toutes les conditions suivantes :

(a) L'ensemble Z_f des zéros de f est $\{-3; 1,5; 6\}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

(d) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$