# Evaluation intermédiaire de mathématiques n°4

<table>
<tr>
<td>
Date : 12 mars 2009<br>
Durée : 90 minutes<br>
Enseignant : Jean-Marie Delley<br>
Cours : 3Ma1DF1<br><br>
Nom: ............................................................<br>
Prénom: ......................................................<br>
Groupe: .........................................................
</td>
<td rowspan="2">
Informations chiffrées après correction du maître<br>
Notations (une coche par faute) :<br>
Fautes : | → ...... / ...<br>
Français (une coche par faute) [bonus] :<br>
Fautes : | → ...... / ...<br><br>
Total des points des exercices : ....... / .......<br><br>
Total des points de l'épreuve : ........ / .......<br><br>
Note : / 6
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Matériel autorisé
<ul>
<li>Calculatrice personnelle TI82</li>
<li>Table numérique</li>
</ul>
Remarques
<ul>
<li>Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon</li>
<li>Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.</li>
<li>Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!</li>
<li>Indiquez vos initialesen haut de chaque page</li>
</ul>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Commentaires du maître sur le travail</td>
<td>Commentaires de l'élève sur son travail</td>
</tr>
</table>

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/mode-d-emploi-pour-commencer-le-suivi-individualise-des-evaluations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

**Informations relatives au corrigé du travail par l'élève**

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

| | | |
|---|---|---|
| dans la colonne 1: recopie l'erreur | dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !) | dans la colonne 3: corrige l'erreur |

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
  - un élève dont la note initiale N est $\geq 4$ et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur http://icp.ge.ch/po/de-saussure-base/delley/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

# Début du travail

*Exercice 1 (environ 5 points)*

Etudier entièrement la fonction réelle définie par $f(x)=\frac{x^2+3}{x+1}$

Indications:

- montrer que $f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$
  (si vous n'obtenez pas cette expression, la reprendre pour continuer l'étude de fonction)
- sans effectuer le calcul, utiliser $f''(x)=\frac{8}{(x+1)^3}$

*Exercice 2 (environ 3 points)*

Trouver deux nombres dont le produit vaut 10 et dont la différence des carrés soit :

(a) minimale

(b) maximale

*Exercice 3 (environ 2 points)*

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

(a) Conjecture : Si $f:[a;b]\to\mathbb{R}$ est une fonction réelle quelconque, alors il existe $m$ et $M$ deux nombres réels tels que $f([a;b])=[m;M]$

(b) Conjecture : Si $f$ est une fonction dérivable en $x$ telle que $f'(x)=0$, alors $f$ admet un extremum local en $x$

(tourner la page svp!)

*Exercice 4 (environ 5 points)*

On considère le corollaire du théorème des accroissements finis.

(a) Enoncer précisément ce théorème en identifiant les hypothèses et conclusions

(b) On donne ci-dessous une démonstration d'une partie de ce théorème; compléter les [...........................] et, pour chaque [ARG...], donner les arguments qui manquent (vous pouvez répondre directement sur l'énoncé):

<u>Démonstration pour le cas où on a f '(x) < 0 sur ]a;b[:</u>

On choisit x et y $\in$ [a;b] quelconques, avec x < [.............].

On a:

- f est dérivable sur ]x;y[, car [ARG 1: ......................................................................]
- f est [....................] sur [x;y], car [ARG 2: ..............................................................]

On peut appliquer le théorème [..............................................] à la fonction [.........] sur l'intervalle [x;y]

car [ARG 3: ..........................................................................................................]

Il existe un c$\in$ [...................] tel que $f'(c) = \dfrac{f(y) - f(x)}{[................]}$,

car [ARG 4: ..........................................................................................................]

ce qu'on peut aussi écrire : [.......................](y –x) = f(y) – f(x)

car [ARG5: ...........................................................................................................]

Or, on sait que:

- y – x [..........] 0, car [ARG 6: ...........................................................................]
- f '(c) < [...........................], car [ARG 7: .................................................................]

donc f(y) – [..................] $\leq$ 0

car [ARG 8: ........................................................................................................]

c'est-à-dire f(y) [.................] f(x), pour tout choix de x et y avec x<y.

C'est ce qu'il fallait démontrer, car [ARG 9: ................................................................]