

Travail intermédiaire de mathématiques n°1

<p>Date : 13 octobre 2011 Durée : 90 minutes Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 3Ma1DF03</p> <p>Nom:</p> <p>Prénom:</p> <p>Groupe:</p>	<p>Informations chiffrées après correction du maître</p> <p>Notations (une coche par faute) :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Fautes :</td> <td style="width: 30%; text-align: right;">→ /</td> </tr> </table> <p>Français (une coche par faute) [bonus] :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Fautes :</td> <td style="width: 30%; text-align: right;">→ /</td> </tr> </table> <p>Total des points des exercices : /</p> <p>Total des points de l'épreuve : /</p> <p>Note : / 6</p> <p>Note du corrigé: / 6</p> <p>Crédit obtenu avec ce corrigé :</p> <p>Crédit éventuel d'un corrigé précédent :</p> <p>Note finale du travail: / 6</p>	Fautes :	→ /	Fautes :	→ /
Fautes :	→ /				
Fautes :	→ /				
<p>Matériel autorisé</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Calculatrice personnelle TI82 <p>Remarques</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. ○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! ○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page 					

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type «épreuve 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur <http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Début du travail

Exercice 1 (environ 5 points)

On considère des rectangles en posant x la largeur et y la longueur.

- (a) Exprimer le périmètre P du rectangle en fonction de x et y .
- (b) Exprimer l'aire A du rectangle en fonction de x et y .

On considère maintenant seulement les rectangles dont le périmètre vaut 20 cm.

- (c) Utiliser (a) pour exprimer y en fonction de x .
- (d) Exprimer l'aire A du rectangle en fonction de la seule variable x .
- (e) Quel est le domaine des valeurs intéressantes (pour x) pour le problème ?
- (f) Représenter graphiquement A .
- (g) Quelles sont les dimensions du rectangle d'aire maximale ?
- (h) Que vaut alors cette aire maximale ?
- (i) Quelle est la particularité de ce rectangle ?

Remarque : si vous n'avez pas trouvé de réponse à la question (d), utilisez $A(x) = 20x - 2x^2$ pour répondre aux questions (f) à (h) [mais cette fonction n'est pas la bonne réponse à la question (d) !]

Exercice 2 (environ 4 points)

Soit la fonction réelle déterminée par $g(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$.

- (a) Déterminer D_g , Z_g , sa forme factorisée, l'image de 0 et de quelques autres points si nécessaire puis esquisser une représentation graphique.
- (b) La droite $x=0$ est-elle un axe de symétrie de la courbe de g pour $x \in [-1; 1]$? Justifier.

Exercice 3 (environ 7 points)

Calculer les limites suivantes et interpréter graphiquement le résultat:

- | | |
|--|---|
| (a) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{4-x}{\sqrt{13-x}-3}$ | (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(1-x)^2}$ |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{2x^2-6x}$ | (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(1-x)^3}$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1-x}$ | (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-5x+6}{2x^2-6x}$ |

Exercice 4 (environ 4 points)

Soit la fonction réelle f déterminée par $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

- (a) Utiliser la calculatrice pour remplir les tables de valeurs ci-dessous (donner les résultats arrondis au dix-millième) :

x	f(x)
-0.5	
-0.4	
-0.3	
-0.2	
-0.1	
-0.05	
-0.04	
-0.03	
-0.02	

x	f(x)
0.5	
0.4	
0.3	
0.2	
0.1	
0.05	
0.04	
0.03	
0.02	

- (b) Qu'en conjecturer quant à la valeur de $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? Interpréter graphiquement.
- (c) Utiliser la calculatrice pour remplir les tables de valeurs ci-dessous (donner les résultats arrondis au dix-millième) :

x	f(x)
10	
20	
30	
40	
50	

x	f(x)
-10	
-20	
-30	
-40	
-50	

- (d) Qu'en conjecturer quant aux valeurs de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et de $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$? Interpréter graphiquement.
- (e) Représenter graphiquement f avec la calculatrice pour des valeurs de x entre -10 et 10 et pour y entre -2 et 2 (utiliser « WINDOW ») ; recopier rapidement le résultat.
- (f) La représentation graphique de la calculatrice est-elle conforme aux résultats obtenus précédemment ? Commenter.

Exercice 5 (environ 3 points)

- (a) Vrai ou faux ? Justifier.

$$0,0\bar{9} = 0,1$$

- (b) Vrai ou faux ? Justifier.

$$\sqrt{25} = \pm 5$$

- (c) Si
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- et
- $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- existent, alors on a
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$

Exercice 6 (facultatif : max environ +1.5 point)

Expliquer pourquoi il n'existe pas de nombre réel différent de 5 qui soit le plus proche de 5.