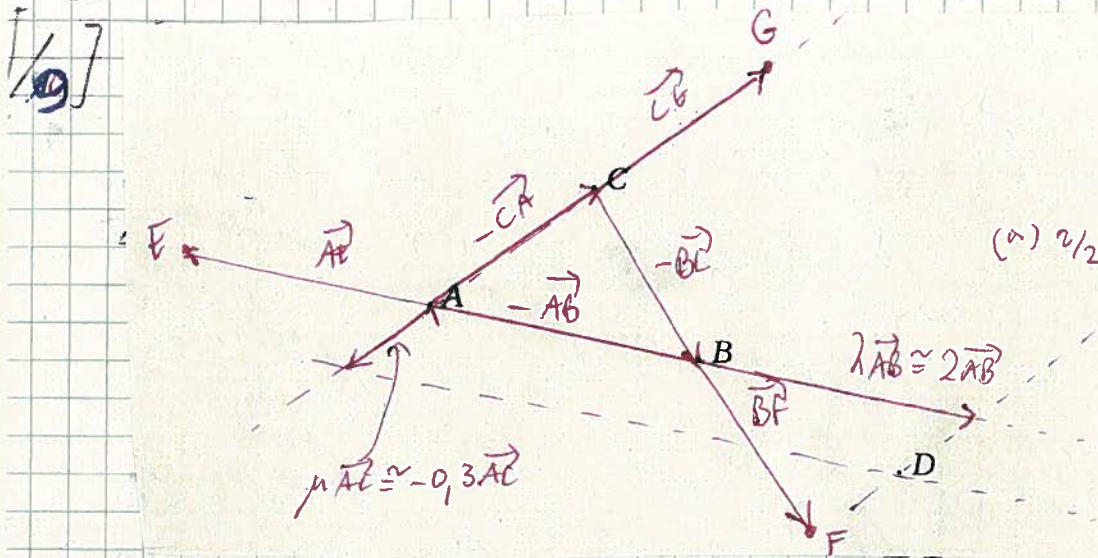


Ex1

50 pt
not 2 pt
pr 2 pt [fac]
total: 60 pt



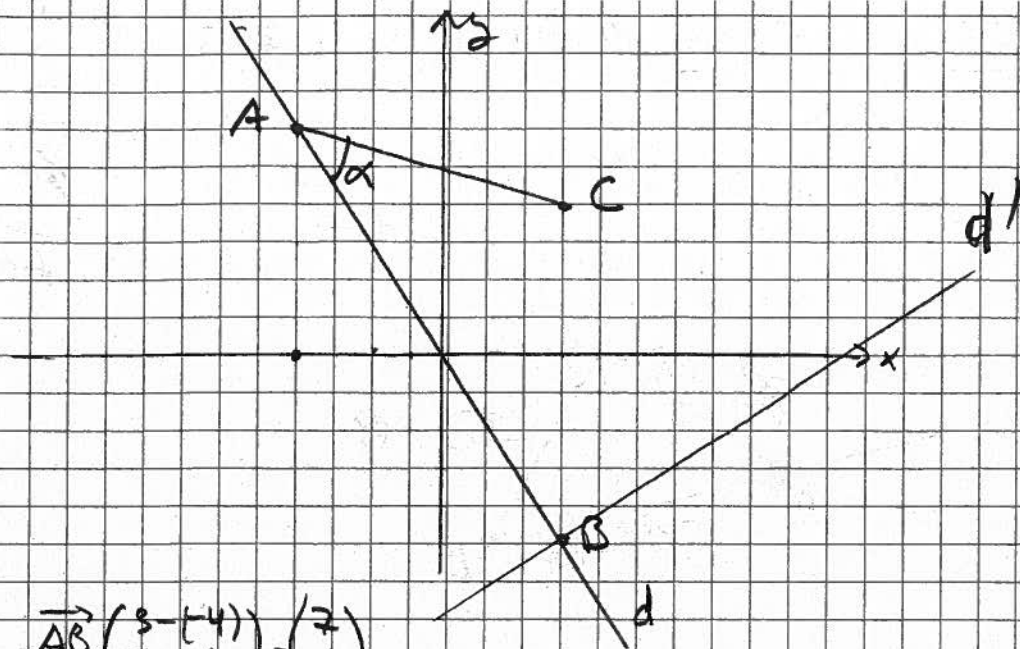
(a) (2)
(c) (3) $\vec{AD} \approx 2\vec{AB} + (-0.3)\vec{AC}$

$$(b) \vec{AG} = 2\vec{AC} + 0\vec{AB} = 0\vec{AB} + 2\vec{AC} \quad (1)$$

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} = -\vec{AB} + \vec{AC} = (-1)\vec{AB} + 1\vec{AC} \quad (2)$$

$$\vec{FG} = \vec{FC} + \vec{CG} = 2\vec{BC} + \vec{AC} = 2(-\vec{AB} + \vec{AC}) + \vec{AC} = (-2)\vec{AB} + 3\vec{AC} \quad (3)$$

Ex2
[14]



(a) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3-7 \\ 4-(-11) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix}$

PEd $\Leftrightarrow \vec{AP} = \lambda \vec{AB} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-3 \\ y-4 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix}$ équivalent de d (3)

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) & x-3 = -4\lambda \\ (2) & y-4 = 15\lambda \end{cases}$ système param de d (1)

11. (1) $\begin{cases} 11x + 44 = 77\lambda \\ 7y - 42 = -77\lambda \end{cases}$
 $\frac{11x + 44}{7y - 42} = -1$
 $11x + 7y + 2 = 0$ (2)

(b) $\vec{AB} \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix}$ vecteur normal de d'

PEd' $\Leftrightarrow \vec{BP} \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-7 \\ y+11 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow -4(x-7) + 15(y+11) = 0$

$\Leftrightarrow -4x + 28 + 15y + 165 = 0$

$\Leftrightarrow -4x + 15y + 193 = 0$ (4)

(c) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \|\vec{AC}\| \cos(\alpha)$

$\begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3-7 \\ 4-(-4) \end{pmatrix} = \sqrt{(-4)^2 + 15^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 8^2} \cdot \cos(\alpha)$

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \end{pmatrix} = \sqrt{170} \sqrt{80} \cos(\alpha)$

$\Leftrightarrow 49 + 120 = \sqrt{170} \sqrt{80} \cos(\alpha)$

$\Leftrightarrow \cos(\alpha) = \frac{169}{\sqrt{170} \sqrt{80}} \left(\approx \right)$

$\alpha \approx 41.2^\circ$

(4)

Ex 3

[1/8] (a) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3-1 \\ 2-2 \\ 4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
 $\vec{AC} \begin{pmatrix} 0-1 \\ 0-2 \\ 5-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ } $\vec{AB} \neq \lambda \vec{AC}$ donc A, B, C non alignés (3)

(b) ABCD parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-x \\ 0-y \\ 5-z \end{pmatrix}$

 $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ 5-z \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases}$

D(4; 0; 1) (2)

(c) ABCD losange $\Leftrightarrow \|\vec{AB}\| = \|\vec{BC}\|$; $\vec{BC} \begin{pmatrix} 0+3 \\ 0-2 \\ 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 4^2} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{16+16} = \sqrt{9+4+1}$
 $\Leftrightarrow \sqrt{32} = \sqrt{14}$ faux donc ABCD $\neq$ losange (3)

Ex 4

[1/3] (a) $\vec{u} \times \vec{v}$ est $\perp$ à $\vec{u}$ et $\vec{v}$: $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 \\ -(-6-0) \\ 2-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} = \vec{w}$ (3)

(c) $\|\vec{w}\| = \sqrt{1^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{41} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{41}} \vec{w}$ est de norme 1, soit $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{41}} \\ \frac{6}{\sqrt{41}} \\ \frac{2}{\sqrt{41}} \end{pmatrix}$ (3)

(b) Arc parall = $\|\vec{w}\| = \sqrt{41}$ (2)

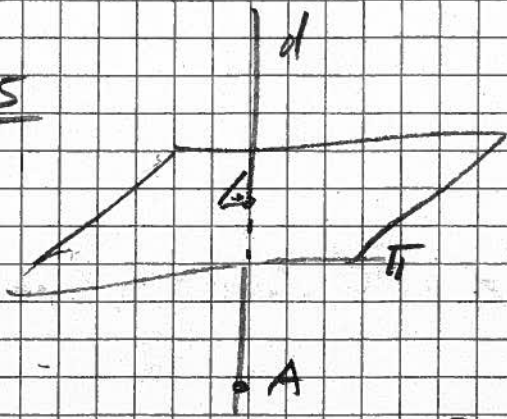
(d) $P \in \pi \Leftrightarrow \vec{OP} \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$ (3)

$\Leftrightarrow x + 6y + 2z = 0$

(e) $\delta(\pi, A) = \frac{|-1 + 6 \cdot 0 + 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + (-6)^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{41}}$ (2)

Ex 5

[14] (a)



On cherche un vecteur directeur de d
 $\Rightarrow$ c'est un vecteur normal à π

$$\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \perp \pi \text{ vect dir. de } d$$

$$P \in d \Leftrightarrow \vec{AP} = \lambda \vec{n}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \\ z-3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ équation de } d \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \lambda \\ y-2 = -2\lambda \\ z-3 = \lambda \end{cases} \text{ syst. eq. param de } d \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \left[\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1} \right] \quad (2) \text{ équations cart de } d$$

(b) il suffit d'avoir un vecteur normal pour π_2 égal à $\vec{n}$.

$$\pi_2: x-2y+z=3 \quad (2) \text{ (tous les plans de type } x-2y+z=k,$$

(c) On veut $B \in \pi_3 \Leftrightarrow 0-2 \cdot 0+3=k$

$$\Leftrightarrow k=3$$

$$\pi_3: x-2y+z=3 \quad (2)$$

$$(d) I = \pi_3 \cap d: \begin{cases} (1) & x-2y+z=3 \\ (2) & x-1=y-2 \\ (3) & x-1=z-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1') & x-2y+z=3 \\ (2') & -2x-y=-4 \\ (3') & x-z=-2 \end{cases}$$

$$I = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 3 \right) \quad (1 \text{ pt})$$

$$(1) + (3') = 2x = 1 \\ x = \frac{1}{2}$$

$$\text{dans } (2') = -2 \cdot \frac{1}{2} - y = -4 \\ y = 2$$

$$\text{dans } (3') = \frac{1}{2} - z = -2 \\ z = 2,5 = \frac{5}{2}$$

$$I \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 3 \right)$$

(3 pts)