Calculer une limite $\lim\limits_{x \to a} f(x)$

Comment ?

On essaye un « calcul direct » (un des théorèmes sur les limites (avec ou sans infini) peut s'appliquer

si oui → On calcule *f(a)*

si non →

- limite type $"\frac{1}{0}"$ → Limites à droite et à gauche
- $\lim\limits_{x \to a}$ type $"\frac{0}{0}"$ avec $\frac{\text{polyn}}{\text{polyn}}$ → Factoriser Simplifier
- $\lim\limits_{x \to a}$ type $"\frac{0}{0}"$ avec $\sqrt{}$ → Multiplier par conjugué Fact - Simplifier
- $\lim\limits_{x \to \pm\infty}$ indét. avec $\pm\infty$ → Mise en évidence «forcée» Algèbre de l'infini

Exemples

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2}{x+2} = \frac{2^2}{2+2} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{-2} = \frac{(+\infty)^2}{-2} = \frac{+\infty}{-2} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x^2}{2-x} = \frac{4}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2}{2-x} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

donc $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2}{2-x}$ n'existe pas

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-1)} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+2)}{(x-1)} = \frac{4}{1} = 4$$

$$\lim_{x \to 16} \frac{4-\sqrt{x}}{x-16} = \lim_{x \to 16} \frac{(4-\sqrt{x})(4+\sqrt{x})}{(x-16)(4+\sqrt{x})} = \lim_{x \to 16} \frac{16-x}{(x-16)(4+\sqrt{x})} = \lim_{x \to 16} -\frac{x-16}{(x-16)(4+\sqrt{x})} = \lim_{x \to 16} -\frac{1}{4+\sqrt{x}} = -\frac{1}{4+\sqrt{16}} = -\frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2x^3+4}{x^3-1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3(2+\frac{4}{x^3})}{x^3(1-\frac{1}{x^3})} = \frac{2}{1} = 2$$

jmd