

Ma3N - Chapitre 0 - Activités : exercices

ACT 1 (1)

$$\begin{aligned}
 & -2b - [4a + 3(12a - 8b) - (10b - 5a + 4a - 3(-3)b) + 9a - 8b] \\
 & = -2b - [4a + 36a - 24b - (10b - a + 9b) + 9a + 24ab] \\
 & = -2b - [40a - 24b - 19b + a + 9a + 24ab] \\
 & = -2b - [50a - 43b + 24ab] \\
 & = -2b - 50a + 43b - 24ab \\
 & = -50a + 41b - 24ab
 \end{aligned}$$

Méthode: d'abord les parenthèses les plus imbriquées...

(2) (a) $\frac{20\sqrt{2} + 45\sqrt{3}}{80\sqrt{2}} = \frac{45(2\sqrt{2} + \sqrt{3})}{80\sqrt{2}} = \left(\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{2\sqrt{2}\sqrt{2} + \sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot 2 + \sqrt{3}\sqrt{2}}{2} = \frac{4 + \sqrt{3}\sqrt{2}}{2} \left(= 2 + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{2} \right)$$

$$\left(= 2 + \frac{1}{2}\sqrt{6} \right)$$

(b) $\frac{20\sqrt{2} + 45\sqrt{3}}{80\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$

(c) $\frac{20\sqrt{2}}{20\sqrt{2} + 45\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{45\sqrt{3}}\right) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{45\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{45 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{135} \left(= \frac{1}{135}\sqrt{3} \right)$

(d) $\frac{20\sqrt{2}}{20\sqrt{2} - 45\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{2}}{45(2\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}\right) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

$$= \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{2}\sqrt{3}}{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4 + 2\sqrt{2}\sqrt{3}}{4 \cdot 2 - 3} = \frac{4 + 2\sqrt{2}\sqrt{3}}{5} \left(= \frac{4}{5} + \frac{2}{5}\sqrt{6} \right)$$

(3) a) $\frac{x^{20} + x^{10}}{x^{10}} = \frac{x^{10}(x^{10} + 1)}{x^{10}} = x^{10} + 1$

b) $\frac{x^{20} \cdot x^{10}}{x^{10}} = \frac{x^{30}}{x^{10}} = x^{20}$

c) $\frac{x^{20}}{x^{20} \cdot x^{10}} = \frac{x^{20}}{x^{30}} = \frac{1}{x^{10}}$

d) $\frac{x^{20}}{x^{20} - x^{10}} = \frac{x^{10} \cdot x^{10}}{x^{10}(x^{10} - 1)} = \frac{x^{10}}{x^{10} - 1}$

Méthode: factoriser avec la mise en évidence pour pouvoir simplifier

ACT 1

$$(4) \quad \frac{\frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{3}}{-\frac{14}{15} - \frac{17}{12} \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{4-9-3}{9}}{-\frac{14}{15} - \frac{17}{12} \cdot \frac{8^2}{1}} = \frac{-\frac{8}{9}}{-\frac{14}{15} - \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{8}{9}}{-\frac{14-10}{15}} = \frac{-\frac{8}{9}}{-\frac{4}{15}} = \left(-\frac{8}{9}\right) \cdot \left(-\frac{15}{4}\right) = \frac{8 \cdot 15^5}{9 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{5}{9}$$

(5) on trouve 0 ... alors que le résultat correct est:

$$\frac{10^{18} + 10^{18} - 10^{18}}{10^{18}} = \frac{10^{18}}{10^{18}} = 1 !$$

Attention à la difficulté pour la calculatrice à gérer les très petits et très grands nombres et encore plus si on les mélange!

$$(6) \quad \frac{(3 \cdot 9)^{13} (-6)^{19}}{(2^4)^{21} 81^{14} 8^{-20}} = \frac{-(3 \cdot 9)^{13} \cdot 6^{19} \cdot 8^{20}}{(2^4)^{21} \cdot 81^{14}} \\ = + \frac{(3 \cdot 3^2)^{13} (2 \cdot 3)^{19} (2^3)^{20}}{(2^4)^{21} (3^4)^{14}} \\ = \frac{(3^3)^{13} 2^{19} 3^{19} 2^{60}}{2^{84} 3^{56}} \\ = \frac{3^{39} 2^{19} 3^{19} 2^{60}}{2^{84} 3^{56}} = \frac{3^{58} 2^{79}}{2^{84} 3^{56}} = \frac{3^2}{2^5} = \frac{9}{4}$$

Méthode:

1/ gérer les signes

2/ décomposer en facteurs premiers

3/ propriétés puissances

4/ simplifier

(7)

 $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$ ensemble des entiers naturels
 $\in$: "appartient" ex: $2 \in \mathbb{N}$
 $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$ ensemble des nombre rationnels
 $= \{ \text{nombre dont la partie fractionnaire de l'écriture décimale est soit finie, soit infinie périodique} \}$
 $\subset$: "strictement inclus" ex: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$
 $\notin$: "n'appartient pas" ex: $1,3 \notin \mathbb{N}$
 $\cap$: "intersection" ex: $\{1; 2; 3\} \cap \{2; 3; 4\} = \{2; 3\}$
 $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$ ensemble des entiers relatifs
 $\setminus$: "différence" ex: $\{1; 2; 3\} \setminus \{2; 3; 4\} = \{1\}$
 $\mathbb{R} = \{ \text{nombre dont l'écriture décimale est quelconque} \}$
 (partie fractionnaire finie, infinie périodique ou infinie non périodique)
 ensemble des nombre réels
 $\cup$: "union" ex: $\{1; 2; 3\} \cup \{2; 3; 4\} = \{1; 2; 3; 4\}$
 $\emptyset$: ensemble vide ex: $\{1; 2; 3\} \cap \{4; 5\} = \emptyset$
 $\mathbb{Z}_- = \text{éléments de } \mathbb{Z} \text{ qui sont } \leq 0 = \{\dots; -3; -2; -1; 0\}$
 $\mathbb{N}^* = \text{éléments de } \mathbb{N} \text{ qui sont } \neq 0 = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$
 $\exists, \nexists$: "il existe" ; "il n'existe pas"

 $\forall$: "quel que soit"

(8)

(a) l'ensemble qui contient le 2 nombre 2 et 4

(b) " " " tous les nombre réels entre 2 et 4, 2 et 4 compris

 (c) le couple de $\mathbb{R}^2$ (le plan) de coordonnées 2 (axe des abscisses) et 4 (axe des ordonnées)

(d) rien!

 (e) $+\infty$: $+$ infini

 $-\infty$: $-$ "

 $+\infty$: $+$ ou $-\infty$ infini

 ∞ : en principe assimilé à $+\infty$ (comme $2 = +2$)

 $[2; +\infty[$: l'ensemble de tous le réels supérieurs ou égaux à 2