Optimisation – exercices plus difficiles

1. Une ficelle de longueur L est coupée en deux morceaux ; avec l'un d'eux on forme un carré et avec l'autre un triangle équilatéral. À quel endroit doit-on couper la ficelle pour que la somme des aires des domaines obtenus soit maximale ?

2. Parmi tous les rectangles inscrits dans un cercle de rayon R = 4, trouver celui dont l'aire est maximale.

3. On inscrit un cylindre droit dans un cône droit de rayon r et de hauteur h.
   a) Quelles sont ses dimensions pour que son volume soit minimal ?
   b) Quelles sont ses dimensions pour que son aire latérale soit minimale ?

4. Déterminer les dimensions du cylindre de volume maximal inscrit dans une sphère de rayon R.

5. Déterminer la distance minimale du point A = (4 ; 2) à la parabole $y^2=8x$.

6. Soit $P = (3;2)$, $A = (x;0)$ avec $x>0$ et $B = (0;y)$ avec $y>0$.
   Déterminer l'équation d'une droite passant par P et telle que le triangle $\Delta\, OAB$ ait une aire
   a) minimale
   b) maximale.