

Optimisation

Donnée

Un problème dans lequel il s'agit de trouver « le maximum de ... », « le minimum de ... », « le plus de ... », « le moins de ... »

Exemple

La somme de deux nombres positifs est 16. Déterminer ces deux nombres de telle façon que la somme des cubes soit minimale.

Méthode en 10 points

1. Identifier et nommer la(les) inconnue(s)

2. Identifier ce qui doit être optimisé et l'exprimer algébriquement à l'aide des inconnues

3. Réduire l'expression à une unique inconnue en utilisant une ou plusieurs relation existant entre les différentes inconnues

4. On a maintenant une fonction f d'une seule variable qui mesure la quantité à optimiser

5. On dérive f

6. On factorise f'

7. On cherche le(s) zéro(s) de f'

8. On fait le tableau de signes de f'

9. On identifie la solution (pour toutes les inconnues)

10. On répond à la question

Soit x et y les deux nombres

La somme des cubes

$$x^3 + y^3$$

$x + y = 16$, donc $y = 16 - x$
D'où la somme des cubes:

$$x^3 + (16 - x)^3$$

$$f(x) = x^3 + (16 - x)^3$$

$$f'(x) = \dots = 3x^2 + 3(16 - x)^2 \cdot (-1)$$

$$f'(x) = \dots = 96(x - 8)$$

$$Z_{f'} = \dots = \{8\}$$

x		8	
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		min	

$$x = 8, \text{ donc } y = 16 - 8 = 8$$

Les deux nombres sont 8 et 8