

Travail intermédiaire de mathématiques n°2

Date : 30 novembre 2010

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 4Ma1DF5

Nom:

Prénom:

Groupe:

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ ... / ...
----------	-------------

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ ... / ...
----------	-------------

Total des points des exercices : /

Total des points de l'épreuve : /

Note : / 6

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--

- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « épreuve 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur <http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Début du travail

Exercice 1 (environ 8 points)

Déterminer une primitive F pour chacune des fonctions f définies ci-dessous; donner les réponses simplifiées au maximum et sans exposant négatif ou fractionnaire:

(a) $f(x) = \frac{-2}{3x^7}$

(d) $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cos^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

(b) $f(x) = \sqrt{1-x^6} 4x^5$

(e) $f(x) = \ln^4(x) \frac{4}{x}$

(c) $f(x) = \frac{3}{e^{5x}}$

(f) $f(x) = \frac{\frac{2}{x}}{\ln(x)+2}$

Exercice 2 (environ 2 points)

Calculer $\int_0^{2\pi} (3x+1) \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx$

Exercice 3 (environ 94points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(x+3)$

- (a) La représenter graphiquement
- (b) Déterminer l'équation de la tangente à f au point $(1;f(1))$

Exercice 4 (environ 2 points)

Déterminer la primitive F de la fonction $f(x) = \frac{1}{2x-3}$, vérifiant $F(1) = 2$

Exercice 5 (environ 7 points)

Calculer :

(a) $\int_0^1 (x-1)^3 dx$

(d) $\int_0^1 x e^{3x} dx$

(b) $(x e^{3x})'$

(e) $\int_{-1}^0 \frac{x+2}{x^2+4x+1} dx$

(c) $\int_1^{\frac{e}{3}} \ln(3x) dx$

(f) $(\ln(3x^2))'$

Exercice 6 (environ 6 points)

Vrai ou faux? Justifier.

- (a) Si f est intégrable sur $[a;b]$, alors $\int_a^b f^2(x) dx = \left(\int_a^b f(x) dx\right)^2$
- (b) Soit F définie par $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$, alors F est continue sur $]0; +\infty[$.
- (c) Soit F définie par $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$, alors F est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.
- (d) Si $x > 0$ et $y > 0$, alors $\ln(x + y) = \ln(x) \ln(y)$

Exercice 7 (**Facultatif** environ 6 points)

Refroidissement d'un corps chaud

Un corps porté à une température initiale $T(0)$, puis plongé dans un environnement à température constante M (avec $M < T(0)$) se refroidit, à chaque instant t , avec une vitesse proportionnelle à l'écart entre M et $T(t)$. Autrement dit, $T'(t) = \alpha (T(t) - M)$, où α est une constante négative qui dépend du corps en question.

NB : Cette dernière égalité peut aussi s'écrire $(T(t) - M)' = \alpha (T(t) - M)$ puisque

$$(T(t) - M)' = T'(t) - M' = T'(t).$$

Une certaine quantité d'eau est portée à ébullition (100°C), puis laissée à refroidir dans un milieu à température constante de 18°C . Au bout de 5 minutes, la température de l'eau n'est plus que de 70°C .

- (a) Déterminer la valeur de la constante de refroidissement α .
- (b) Après combien de temps l'eau aura-t-elle une température de 19°C ?
- (c) Quelles sont les vitesses de refroidissement au début (100°C) et à la fin (19°C) de ce processus ?