

Travail intermédiaire de mathématiques n°3

Date : 17 février 2011
 Durée : 90 minutes
 Enseignant : Jean-Marie Delley
 Cours : 4Ma1DF5
Nom:
Prénom:
Groupe:

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ /
----------	---------------

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ /
----------	---------------

Total des points des exercices : /

Total des points de l'épreuve : /

Note : / **6**

Note du corrigé: / **6**

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / **6**

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--

- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type «épreuve 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur <http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Début du travail

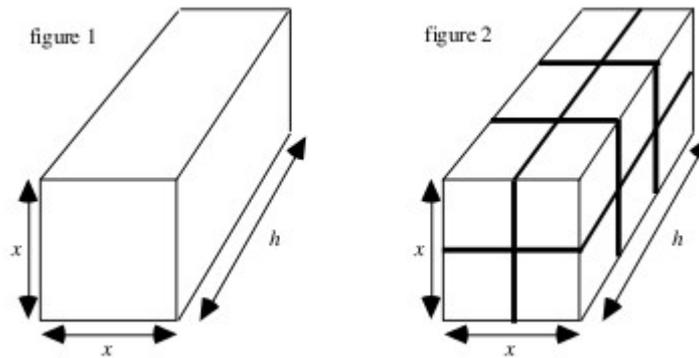
Exercice 1 (environ 4 points)

Etudier la fonction f définie par $f(x)=\ln(x^2-4)$.

Indication : il n'y a pas d'asymptotes horizontales ou obliques.

Exercice 2 (environ 4 points)

On considère une boîte - en termes mathématiques un parallélépipède rectangle - de base carrée, dont le côté est de longueur x , et de hauteur h est représentée ci-dessous (voir figure 1). On dispose d'une ficelle de longueur 18dm qui servira à entourer la boîte selon le schéma ci-dessous (voir figure 2). Les faces dont une des dimensions est h sont à entourer deux fois. En négligeant les noeuds, déterminer les dimensions de la boîte (largeur, longueur, hauteur) de façon à ce que la boîte ait un volume maximal, puis déterminer la valeur de ce volume maximal.



Exercice 3 (environ 3 points)

Résoudre dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} les équations suivantes:

(a) $2z - i = 1 - z$

(b) $1 - z^4 = 0$

Exercice 4 (environ 2 points)

Soient les matrices ci-dessous:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$$

Effectuer, lorsque cela est possible, à la main, les opérations suivantes:

(a) AB

(c) $\det(C)$

(b) A^2

(d) D^{-1}

Exercice 5 (environ 3 points)

On considère le système 4x4 suivant :

$$\begin{cases} x+2y-3z+t=3 \\ 2x+y+6z+t=0 \\ -x-2y-2z-t=1 \\ 3x-3z+4t=-1 \end{cases}$$

Poser le problème en termes de calcul matriciel puis le résoudre en vous aidant de la calculatrice. On demande de donner la matrice inverse obtenue (arrondis au 100e).

Exercice 6 (environ 3 points)

Les applications suivantes $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sont-elles linéaires? Justifier.

(a) $F(x; y) = (2; x + y)$

(b) $G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \end{pmatrix}$

(c) $K(\vec{v}) = \vec{0}$

Exercice 7 (environ 2 points)

Démontrer sans utiliser le théorème $L(\vec{0}) \neq \vec{0} \Rightarrow L$ n'est pas linéaire que la rotation d'angle 270° et de centre $(2;2)$ n'est pas linéaire.