Collège de Saussure Année scolaire 2010-2011

ÉPREUVE DE MATHEMATIQUES, NIVEAU NORMAL Session d'avril 2011

Nom, prénom:	**Groupe :**

Durée : 190'

Nombre de pages de l'énoncé (y compris la page d'en-tête) : 4

Cours (sigle)	**Nombre d'élèves**	**Maître correcteur**
4MA1.DF5 4MA1.DF4	21 20	Delley Jean-Marie Blanc Patricia

Documents et matériel autorisés	
a) mis à disposition par le collège :	**b) personnels à l'élève :**
Table numérique CRM ou formulaire	Calculatrice TI82 ou équivalente personnelle, non transmissible.

Impression: ☐ recto-verso	☐ couleur	☒ fichier PDF

Indications - directives: Tous les calculs, toutes les étapes de vos raisonnements avec leurs justifications doivent figurer sur votre copie.

DEBUT DU TRAVAIL

Exercice 1 (environ 6 points)

Soit $f:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}^2$ une application linéaire dont on donne les deux images de deux vecteurs $\vec{a}=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$:

$$F(\vec{a})=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix} \text{ et } F(\vec{b})=\vec{0}$$

(a) Après avoir calculé les images $F(\vec{i})$ et $F(\vec{j})$, déterminer la matrice M_F de F selon la base canonique.

Soit le triangle de sommets $K(3;-1)$, $L(2;1)$ et $M(5;5)$.

(b) Après avoir calculé les images par F des vecteurs $\overrightarrow{OK}$, $\overrightarrow{OL}$ et $\overrightarrow{OM}$, dessiner sur le même repère le triangle KLM et son image par F.

(c) Déterminer l'ensemble des points $P(x;y)$ tels $F(\overrightarrow{OP})=\vec{0}$.

(d) Décrire complètement l'application F d'un point de vue géométrique.

Exercice 2 (environ 3 points)

Soit $G:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ une application linéaire dont la matrice associée selon la base canonique est $M_G = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

(a) Montrer que la matrice M_G est inversible.

(b) Calculer l'image $G^{-1}\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$, où G^{-1} est l'application inverse ou réciproque de *G*.

(c) Déterminer un vecteur non nul $\vec{u}$ tel que $G(\vec{u}) = 3\vec{u}$.

Exercice 3 (environ 3 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, déterminer si elle est vraie ou fausse.

Justifier précisément chaque réponse en s'appuyant sur un contre-exemple judicieusement choisi ou sur des définitions, des théorèmes ou des techniques vus au cours.

(a) Soit $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, avec $F\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y \\ 2x + y \end{pmatrix}$.
Alors *F* est linéaire.

(b) Soit $G:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ avec $G\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y \\ x + 1 \end{pmatrix}$.
Alors *G* est linéaire.

Exercice 4 (environ 2 points)

(a) Écrire sous forme d'équation matricielle le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x - z = 1 \\ 2x + 3y - 6t = 2 \\ x + 5y + z + 6t = 3 \\ 8y - z = 4 \end{cases}$$

(b) Résoudre avec la calculatrice ce système, en donnant explicitement le déterminant et la matrice inverse utilisés.

Exercice 5 (environ 3 points)

Marion et Sophie sont deux amies. Elles font partie d'un groupe de 9 gymnastes de même niveau qui participent à un stage d'entraînement à Macolin. Un jour leur entraîneur va choisir au hasard, parmi ces 9 gymnastes, 4 filles qui participeront à une démonstration publique à Zurich. Les autres joueuses poursuivront leur entraînement à Macolin.

(a) De combien de manières différentes, l'entraîneur pourrait-il faire son choix ?

(b) Quelle est la probabilité que Marion soit choisie pour aller à Zurich ?

(c) Quelle est la probabilité que ce jour-là Marion et Sophie soient séparées ?

Exercice 6 (environ 3 points)

On jette trois dés. Quelle est la probabilité:

(a) Que les trois chiffres obtenus soient pairs ?

(b) Que la somme des points soit égale à 4 ?

(c) Que la somme des points soit strictement plus grande que 4 ?

(d) D'obtenir un 4, un 2 et un 1 ?

(e) Qu'un dé exactement donne le chiffre 4 ?

Exercice 7 (environ 5 points)

Deux joueurs, Estelle et Colin, jouent au basket. Ils lancent le ballon successivement, dans cet ordre. Estelle met le ballon dans le panier 1 fois sur 3, Colin 2 fois sur 9 en moyenne. Le jeu s'arrête dès que le nombre total de paniers est égal à 2 ou que le nombre total d'essais est de 4.

(a) Faire un arbre de l'expérience.

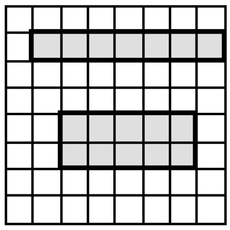
(b) Calculer la probabilité que Estelle ait marqué à son deuxième essai. .

(c) Calculer la probabilité que Colin ait pu tirer 2 fois.

(d) Calculer la probabilité que Colin ait pu tirer 2 fois et ait réussi ses deux essais.

Exercice 8 (environ 2 points)

Combien de rectangles peut-on dessiner le long des lignes du quadrillage de l'échiquier ci-contre ?



Indication : pour définir un rectangle, il suffit de choisir deux droites verticales et deux droites horizontales de cette grille.