

Travail intermédiaire de mathématiques n°3

Date : 25 février 2013

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 4Ma1DF03

Nom:

Prénom:

Groupe:

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82
- Table numérique non annotée

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ /
----------	---------------

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ /
----------	---------------

Total des points des exercices : /

Total des points de l'épreuve : /

Note : / 6

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	---	--

- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type «épreuve 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur <http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Début du travail

Pour les questions de combinatoire ci-dessous, poser le problème correctement puis donner une réponse exacte lorsque cela est possible; sinon donner une réponse approchée.

Exercice 1 (environ 12 points)

On considère deux nombres positifs dont le produit est égal à 4.

- (a) Déterminer ces deux nombres de telle sorte que la somme de leurs carrés soit minimale. Que vaut alors cette somme ?
- (b) Et si on souhaite déterminer ces deux nombres de telle sorte que la somme de leurs carrés soit maximale ?

Exercice 2 (environ 5 points)

- (a) Une urne contient 9 boules distinctes numérotées de 1 à 9. On en tire 6 simultanément. Combien de tirages différents peut-on effectuer?
- (b) Combien des tirages de l'exercice précédent contiennent-ils la boule 5?

Exercice 3 (environ 12 points)

On dispose des 26 lettres de l'alphabet.

Rappel : a-e-i-o-u-y sont les voyelles, les autres lettres sont les consonnes.

- (a) Combien de mots différents de 12 lettres peut-on construire ?
- (b) Combien de mots différents de 12 lettres peut-on construire si on veut que toutes les lettres soient différentes ?
- (c) Combien de mots différents de 12 lettres peut-on construire si on veut qu'ils commencent par deux consonnes au moins et finissent par trois voyelles au moins ?
- (d) Combien de mots différents de 12 lettres peut-on construire si on veut qu'ils commencent par deux consonnes exactement et finissent par trois voyelles exactement ?

Exercice 4 (environ 7 points)

On distribue 8 cartes d'un jeu de 36 toutes distinctes.

- (a) Combien y a-t-il de façons différentes de donner exactement deux dames ?
A savoir : il y a 4 dames distinctes parmi les 36 cartes.
- (b) Combien y a-t-il de façons différentes de donner au moins deux dames ?

Exercice 5 (environ 7 points)

On considère le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} 2x + y + 3z + t = 5 \\ -3x - 5z = -1 \\ x - y + t = 0 \\ x + y + z - t = 3 \end{cases}.$$

- (a) Ecrire ce système sous forme d'une équation matricielle.
- (b) Déterminer avec la calculatrice l'inverse de la matrice 4x4 utilisée pour écrire ce système (donner les valeurs arrondies au dixième)
- (c) Résoudre ce système avec la calculatrice.

Exercice 6 (environ 8 points)

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Déterminer à la main en donnant les détails des calculs l'inverse de M.

Exercice 7 (facultatif : max environ 5 points)

Soient $u = 2 - 3i$ et $w = 4 + i$.

- (a) Représenter graphiquement ces nombres.
- (b) Effectuer les opérations suivantes : $-3u, u + w, uw$.
- (c) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation suivante : $z^2 + 2z + 5 = 0$