Mini-test de mathématiques n°1	
Date : 18 septembre 2014 Durée : 20' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 4Ma1DF03 **Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**:	Matériel autorisé o Calculatrice personnelle o Table numérique non annotée Remarques o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! Note : / 6

Début du travail

Exercice 1

Soit la fonction fonction *f* définie par $f(x)=x^3$.

Compléter les [….....] qui manquent :

On considère un partage de [0;1] en n sous-intervalles équidistants.
On donne ci-dessous certains éléments d'un calcul de limite de <u>petite somme</u> de Riemann pour déterminer l'aire de la surface comprise entre une représentation graphique de la fonction f , l'axe [……] et les droites d'équations y=0, […………………..] et [………………..].

Début du calcul

On partage [….....................] en n intervalles équidistants de longueur [….....................]

et on note $\Delta x=$ [….........................]

On pose : x_0 =[….........................]

x_1 =[….........................]

x_2 =[….........................]

x_3 =[….........................]

…

x_{n-1} =[….........................]

x_n =[….........................]

On calcule la somme des aires des petits rectangles :

$$S_n = \Delta x\, f(x_{[.......]}) + \Delta x\, f(x_{[.......]}) + \ldots + [.........................]$$

$$= \Delta x\ ([\ \ldots...])$$

$$= \frac{1}{n}\cdot(f([.........]) + f([...............]) + f(\frac{2}{n}) + \ldots + f([...............]))$$

$$= \frac{1}{n}\cdot\left(([........])^3 + ([...............])^3 + \ldots + ([...............])^3\right)$$

$$= \frac{1}{n}\cdot\left(\frac{0^3}{n^3} + ([...............]) + ([...............]) + \ldots + ([...................])\right)$$

$$= \frac{1}{[......]}\cdot\left(0^{[....]} + [........] + [........] + ... + [........]\right)$$

Dans la table numérique, on trouve la formule suivante : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

On obtient alors:

$$s_n = \frac{1}{[......]}\cdot\left(\frac{[.....................]}{[........]}\right) = \frac{[.....................]}{[...............]}$$

Calculons $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$:

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{(n-1)^2 n^2}{4n^4}$$

$$= [...] = [...]$$

$$= [\ ....] = \frac{1}{4}$$

On admet le même type de calcul pour les grandes sommes où on trouverait : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = \frac{1}{4}$

D'où : $I = \int_{[.....]}^{[.....]} [.........]\,dx = [........]$