Travail intermédiaire de mathématiques n°3

<table>
<tr>
<td>
Date : 5 février 2015
Durée : 90 minutes
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 4Ma1DF03
Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....
</td>
<td rowspan="2">
Informations chiffrées après correction du maître
Notations (une coche par faute) :
Fautes : → .... / ....
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : → .... / ....

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Matériel autorisé

Calculatrice personnelle non graphique et non programmable
table numérique non annotée

Remarques

La présentation doit être soignée, l'écriture lisible.
Toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul.
Tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

</td>
</tr>
</table>

Répartition des points

Exercice 1 : 12 points

Exercice 2 : 19 points

Exercice 3 : 10 points

Exercice 4 : 6 points

Notations : 2 points

Total : 47 points

Répondre exclusivement sur l'énoncé ; si nécessaire, joindre des brouillons

Exercice 1 (environ 12 points)

On considère le théorème suivant :

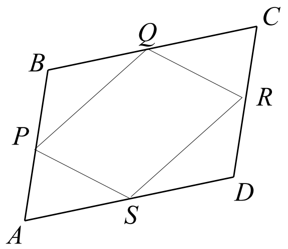
Théorème : Si *ABCD* est un quadrilatère quelconque, alors les points milieux de ses quatre côtés forment un parallélogramme.

Dans la démonstration ci-dessous, remplir les [……] par ce qui convient :

Démonstration :

Soient *S*, *P*, *Q* et *R* les milieux respectifs de

[…………………………………………………………..]



On a :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{SP} &= [......................] + \overrightarrow{AP} \\
&= \frac{1}{2}[......................] + \frac{1}{2}[......................] \\
&= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}\right) \\
&= \frac{1}{2}[......................] \\
&= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DC} + [......................]\right) \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{2}[......................] \\
&= [......................] + \overrightarrow{CQ} \\
&= [......................]
\end{aligned}$$

De même : $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{PQ}$.

D'où : *SPQR* est un parallélogramme, car

[..]

[..]

[..]

Exercice 2 (environ 19 points)

Soit $\vec{a}\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{c}\begin{pmatrix} -3 \\ 0.75 \end{pmatrix}$ des vecteurs de $\mathbb{R}^2$.

(a) Exprimer <u>géométriquement</u> le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \end{pmatrix}$ sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

(b) Exprimer <u>algébriquement</u> le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2,5 \\ 4 \end{pmatrix}$ sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

(c) Est-il possible d'exprimer le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2{,}5\\4\end{pmatrix}$ sous la forme d'une combinaison linéaire des vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{c}$? Justifier.

On considère les points $A(-2;3)$, $B(-2;-4)$ et $C(0;7)$.

(d) <u>Calculer</u> les coordonnées du point E situé au quart (à partir de A) du segment $[AC]$

(e) Déterminer une équation vectorielle puis cartésienne de la droite d_1 passant par *A* et *B*.

Exercice 3 (environ 10 points)

Soient $A(3;-1;2)$, $B(4;4;-1)$, $C(8;5;-6)$ et $D(7;0-3)$ quatre points de $\mathbb{R}^3$.

(a) Montrer que le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme.

(b) Déterminer une équation vectorielle et une équation cartésienne du plan Π passant par *A, B* et *C*.

Exercice 4 (environ 6 points)

Soient $A(0;2;3)$, $B(-2;1;4)$ et $C(0;-1;0)$ trois points de $\mathbb{R}^3$. Déterminer les équations paramétrique et cartésiennes de la droite d passant par A et B.