<table>
<tr><td colspan="2">Travail intermédiaire de mathématiques n°1</td></tr>
<tr><td>Date : 6 octobre 2016
Durée : 90 minutes
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 4Ma1DF03
Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....</td><td rowspan="2">Informations chiffrées après correction du maître
Notations (une coche par faute) :
Fautes : .... / 2
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : .... / 1

Total des points des exercices : .... / 70

Total des points de l'épreuve : .... / 72

Note : / 6</td></tr>
<tr><td>Matériel autorisé
○ Calculatrice personnelle non graphique et non programmable
Remarques
○ Répondre sur l'énoncé.
○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; <u>il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs</u>.
○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page</td></tr>
</table>

Début du travail

Exercice 1

Pour chaque fonction ci-dessous, déterminer une primitive en donnant une réponse simplifiée au maximum ne contenant aucun exposant négatif ou fractionnaire :

(a) $f(x)=-6x^{-5}$

/2 points

(b) $f(x)=\sin(x)-12$

/2 points

(c) $f(x)=\frac{x^5-x}{x^3}$

/3 points

(d) $f(x)=x^2\cdot(x^3+1)^3$

/3 points

(e) $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$

/4 points

(f) $f(x)=8\cos(2x-1)$

/3 points

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

(a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 8}{(2 - x)^3}$

/4 points

(b) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{25 - x^2}{x^2 - 5x}$

/3 points

(c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sin(2x - 4)}{x - 2}$

/3 points

Exercice 3

Représenter graphiquement une fonction f de votre choix qui vérifie toutes les conditions suivantes

Précision : on demande bien une seule fonction qui vérifie toutes les conditions et non une fonction pour chaque condition

(a) L'ensemble Z_f des zéros de f est {-2;5}

(b) $f(2)=-4$

(c) $\lim_{x \to -4} f(x) = -5$ et $f(-4)$ n'existe pas

(d) f admet $y=-2$ comme asymptote horizontale à $\pm\infty$

(e) $\lim_{x \to 3} f(x)$ n'existe pas

(f) $\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty$

/7 points

Exercice 4

*Exercice 1*Soit f définie par $f(x)=-\sqrt{9-x^2}$.

(a) Esquisser (schéma « rapide ») une représenter graphique ci-dessous :

/3 points

(b) déterminer géométriquement la valeur de l'aire délimitée par l'axe 0*x*, les droites $x = -3$ *et* $x = 3$; les calculs suffisent comme justification :

/2 points

(c) déterminer la valeur de $I=\int_{-3}^{3} f(x)dx$; les calculs suffisent comme justification :

/2 points

Exercice 5 (environ 9 points)

On considère la fonction $f(x)=\begin{cases}2, \text{si } x\in]0;3] \\ 4, \text{si } x=0\end{cases}$ et $[a;b] = [0;3]$.

(a) Représenter graphiquement *f*.

/2 points

(b) Déterminer Δx , $x_{0,} x_{1,} x_{2,} x_{n-1}$ et x_n :

/2 points

(c) Calculer $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}\,x$ de façon détaillée à l'aide des petites et grandes sommes de Riemann.

/6 points

Exercice 6

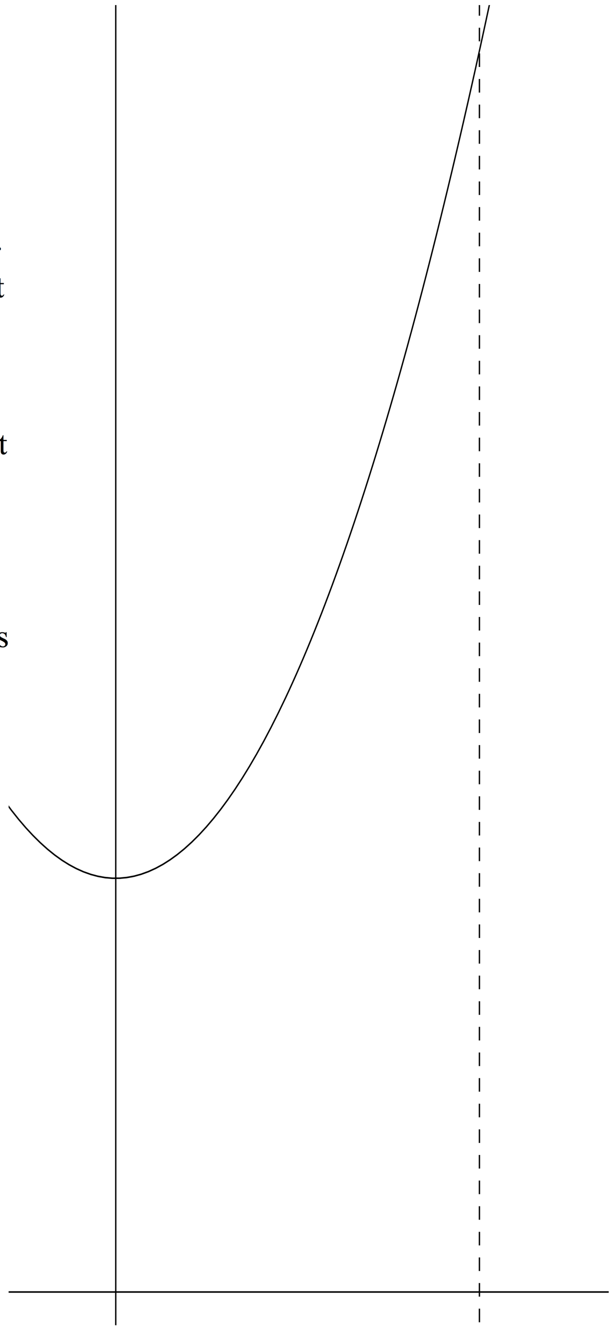
On considère la fonction $f(x)=2+x^2$ et on s'intéresse à l'aire A délimitée par la courbe représentative de f et les droites d'équations $x = 0$, $x = 2$, et $y = 0$.

(a) On considère un partage de [0;2] en <u>trois</u> sous-intervalles équidistants pour donner une approximation par excès et par défaut de l'aire délimitée (c'est-à-dire un encadrement de l'aire).

i. Représenter graphiquement ci-contre de façon précise les petites et grandes sommes de Riemann pour ce partage avec des couleurs différentes et en explicitant clairement qui est qui.

/2 points

ii. Effectuer les calculs pour obtenir cette approximation.



/7 points

(b) On considère un partage de $[0;2]$ en n sous-intervalles équidistants.

i. Déterminer Δx , $x_{0,}\ x_{1,}\ x_2$ et x_{n-1} , x_n :

/2 points

ii. Montrer que la grande somme de Riemann S_n en fonction de n est donnée par

$$S_n=\frac{4(n+1)(2n+1)}{3n^2}+4$$

Remarque : on ne demande pas la petite somme.

/8 points

iii. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

/2 points