Travail intermédiaire de mathématiques n°3	
Date : 6 mars 2017 Durée : 90 minutes Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 4Ma1DF03 **Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**:	Informations chiffrées après correction du maître Notations (une coche par faute) : Fautes : .... / 2 Français (une coche par faute) [bonus] : Fautes : .... / 1
Matériel autorisé o Calculatrice personnelle non graphique et non programmable Remarques o Répondre sur l'énoncé. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! o Indiquez vos initiales en haut de chaque page	Total des points des exercices : .... / .... Total des points de l'épreuve : .... / .... Note : / 6

Début du travail

Toutes les réponses doivent être justifiées par un calcul et/ou un raisonnement et non directement lues sur un graphique.

Exercice 1

Soient les points A=(1;2), B=(-1;7) et C=(6;4).

(a) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

(b) Déterminer l'angle <BCA.

(c) Déterminer une équation cartésienne de la droite d_1 perpendiculaire à [BC] passant par A.

(d) Déterminer une équation vectorielle, un système d'équations paramétriques et une équation cartésienne de la droite d_2 parallèle à [BC] passant par le milieu de [AB].

Exercice 2

Soient les points A=(1;2;0), B=(-2;0;3), C=(4;-1;3) et D=(2;1;0).

(a) A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.

(b) Déterminer un point E (différent de A, B, C et D) tel que C, D et E soient alignés.

(c) Déterminer F tel que $ABCF$ (dans cet ordre) soit un parallélogramme.

(d) $ABCF$ (dans cet ordre) est-il un carré ? Justifier.

(e) Déterminer G tel que D soit situé au milieu du côté $[AG]$ dans le triangle ABG. Où se trouve alors ce point G dans l'espace ?

(f) A, B, C et D sont-ils coplanaires ? Justifier.

Soit π_1 le plan contenant A, B et C.

(g) Déterminer une équation cartésienne de π.

Soit π_2 le plan d'équation $2x - 3y + z - 4 = 0$

(h) D appartient-il à π_2 ?

(i) Déterminer deux points de π_2

(j) Déterminer un vecteur normal à π_2

(k) Déterminer une équation cartésienne d'un plan π_3 de votre choix parallèle à π_2.

(l) Déterminer une équation cartésienne d'un plan π_3 parallèle à π_2 et contenant D.

(m) Calculer la distance de A à π_2

(n) Déterminer une équation vectorielle d'une droite d_1 perpendiculaire à Π_2 et contenant B.

(o) Déterminer un point de d_1 (différent de B).

Soit d_2 la droite donnée par $\overrightarrow{AP}=\lambda\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix}$

(p) Décrire l'intersection de d_2 et Π_2

Exercice 3

(a) Enoncer le théorème « Produit scalaire en composantes ».

(b) On donne une démonstration. Pour chaque [………], remplir ce qui manque ; pour chaque [ARG : …] donner le ou les arguments nécessaires :

Démonstration

On écrit : $\vec{v} = v_1([............]) + v_2([............])$ et $\vec{w} = [...]$

Illustrons par un schéma cette idée dans le cas où $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

[→ illustrer ci-dessous par un schéma :]

On a : $[................] = \left(v_1[................]\right) + v_2[................] \cdot \left(w_1[................] + w_2[................]\right)$,

car [ARG :…...………….................……………………………………….………....]

$$= \left(v_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right)\cdot\left(w_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + \left(v_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right)\cdot\left(w_2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) + \left(v_2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\left(w_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + \left(v_2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\left(w_2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right),$$

car [ARG :…...……………..................…………………………………….......…]

$$= v_1\cdot w_1\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + v_1\cdot w_2[.........................] + [...............]\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + v_2\cdot w_2\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right),$$

car [ARG :…...……………..................…………………………………….......…]

$$= v_1\cdot w_1\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + v_1\cdot w_2(0) + v_2\cdot w_1(0) + v_2\cdot w_2\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right),$$

car [ARG

: ……………………...……………………………………………………….…]

$$= v_1\cdot w_1\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + v_2\cdot w_2\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right),$$

$$= v_1\cdot w_1\left(\left\|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\|\cdot\left\|\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\|\cdot\cos(0)\right) + v_2\cdot w_2\left(\left\|\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right\|\cdot\left\|\begin{matrix}0\\1\end{matrix}\right\|\cdot\cos(0)\right),$$

car [ARG: ……………………………………………………………………….…]

$$= v_1\cdot w_1(1\cdot 1\cdot\cos(0)) + v_2\cdot w_2(1\cdot 1\cdot\cos(0)),$$

car [ARG: …………………………………………………………..………….……]

$$= v_1\cdot w_1(1\cdot 1\cdot 1) + v_2\cdot w_2(1\cdot 1\cdot 1),$$

car [ARG: ……..……………………………………………………………….…]

$$= [.......................]$$