

## Travail intermédiaire de mathématiques n°4

<p>Date : 27 mars 2017          Durée : 90 minutes          Enseignant : Jean-Marie Delley          Cours : 4Ma1DF03  <b>Nom:</b> .....  <b>Prénom:</b> .....  <b>Groupe:</b> .....</p>	<p>Informations chiffrées après correction du maître</p> <p>Notations (une coche par faute) :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Fautes :</td> <td style="width: 30%;">.... /</td> </tr> </table> <p>Français (une coche par faute) [bonus] :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">Fautes :</td> <td style="width: 30%;">.... /</td> </tr> </table>	Fautes :	.... /	Fautes :	.... /
Fautes :	.... /				
Fautes :	.... /				
<p>Matériel autorisé</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Calculatrice personnelle non graphique et non programmable</li> </ul> <p>Remarques</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Répondre sur l'énoncé.</li> <li>○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; <u>il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.</u></li> <li>○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!</li> <li>○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page</li> </ul>	<p>Total des points des exercices : ..... /</p> <p>Total des points de l'épreuve : ..... /</p> <p>Note :            / 6</p>				

### Début du travail

#### Exercice 1

Résoudre le système suivant avec le calcul matriciel :

$$\begin{cases} -3x + 4y = 1 \\ -2x + 4y = -3 \end{cases}$$

## Exercice 2

Soient les matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -9 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Effectuer, lorsque cela est possible, les opérations suivantes ; si cela n'est pas possible, expliquer pourquoi :

(a)  $AC$

(b)  $CA$

(c)  $D^4$

(d)  $ACDE$

## Exercice 3

Les applications suivantes sont-elles linéaires ? Justifier.

$$(a) \quad A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2x + 3y \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 2y \\ -y \end{pmatrix}$$

## Exercice 4

On considère les applications linéaires suivantes :  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ x+3y \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ -y \end{pmatrix}$

(a) Déterminer  $A \circ B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  sans utiliser les matrices associées.

(b) Déterminer leurs matrices (relativement à la base canonique).

..

(c) Déterminer la matrice de  $A \circ B$  (relativement à la base canonique).

(d) Déterminer  $A \circ B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  en utilisant les matrices associées.



(a) Énoncer le théorème « Image de  $\vec{0}$  par une application linéaire » [aussi appelé « Tester la non linéarité » dans la théorie ...]

- (b) Énoncer le théorème «Une application linéaire est entièrement déterminée par les images de la base canonique »

- (c) Énoncer le théorème «Matrice d'une application linéaire »

- (d) Donner la démonstration de deux de ces théorèmes au choix en justifiant précisément.