

## Travail intermédiaire de mathématiques n°4

Date : 27 mars 2017

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 4Ma1DF03

**Nom:** .....

**Prénom:** .....

**Groupe:** .....

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle non graphique et non programmable

Remarques

- Répondre sur l'énoncé.
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	.... /
----------	--------

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	.... /
----------	--------

Total des points des exercices : ..... /

Total des points de l'épreuve : ..... /

Note :            / 6

### Début du travail

#### Exercice 1

Résoudre le système suivant avec le calcul matriciel :

$$\begin{cases} -3x+4y=1 \\ -2x+4y=-3 \end{cases}$$

## Exercice 2

Soient les matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -9 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Effectuer, lorsque cela est possible, les opérations suivantes ; si cela n'est pas possible, expliquer pourquoi :

(a)  $AC$

(b)  $CA$

(c)  $D^4$

(d)  $ACDE$

## Exercice 3

Les applications suivantes sont-elles linéaires ? Justifier.

$$(a) \quad A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2x + 3y \end{pmatrix}$$

$$(b) \quad B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 2y \\ -y \end{pmatrix}$$

## Exercice 4

On considère les applications linéaires suivantes :  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ x+3y \end{pmatrix}$  et  $B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ -y \end{pmatrix}$

(a) Déterminer  $A \circ B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  sans utiliser les matrices associées.

(b) Déterminer leurs matrices (relativement à la base canonique).

..

(c) Déterminer la matrice de  $A \circ B$  (relativement à la base canonique).

(d) Déterminer  $A \circ B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  en utilisant les matrices associées.

## Exercice 5

Soient  $R_{\frac{3\pi}{2}}$  la rotation de  $\frac{3\pi}{2}$  centrée en l'origine et  $S_{Oy}$  la symétrie d'axe  $Oy$ .

- (a) Déterminer leurs matrices (relativement à la base canonique)
- (b) Déterminer la matrice de  $R_{\frac{3\pi}{2}} \circ R_{\frac{3\pi}{2}}$  et décrire de quelle transformation du plan il s'agit.
- (c) Déterminer la matrice de  $R_{\frac{3\pi}{2}} \circ S_{Oy}$  et décrire de quelle transformation du plan il s'agit.

## Exercice 6

- (a) Énoncer le théorème « Image de  $\vec{0}$  par une application linéaire » [aussi appelé « Tester la non linéarité » dans la théorie ...]
- (b) Énoncer le théorème « Une application linéaire est entièrement déterminée par les images de la base canonique »
- (c) Énoncer le théorème « Matrice d'une application linéaire »

- (d) Donner la démonstration de deux de ces théorèmes au choix en justifiant précisément.