Mini test n°4

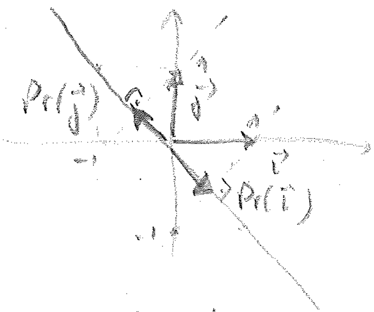
Ex 1 (a) $L_1\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$, donc L_1 pas linéaire [thm vu au cours]

(b) $L_2(\alpha\vec v+\beta\vec w) \stackrel{?}{=} \alpha L_2(\vec v)+\beta L_2(\vec w)$

$\Leftrightarrow -2(\alpha\vec v+\beta\vec w) \stackrel{?}{=} \alpha(-2\vec v)+\beta(-2\vec w)$

$\Leftrightarrow -2\alpha\vec v - 2\beta\vec w \stackrel{?}{=} -2\alpha\vec v - 2\beta\vec w$, donc L_2 est linéaire

Ex 2



$Pr(\vec i) = \frac12\vec i - \frac12\vec j$

$Pr(\vec j) = -\frac12\vec i + \frac12\vec j$ $\Rightarrow M_{Pr} = \begin{pmatrix}\frac12 & -\frac12\\ -\frac12 & \frac12\end{pmatrix}$

Ex 3 $M_L = \begin{pmatrix}-1 & 4\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ $\det M_L = -2-(-4) = 2 \neq 0$ donc M_L^{-1} $\exists$

$M_L^{-1} = \frac12\begin{pmatrix}2 & -4\\ 1 & -1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2\\ \frac12 & -\frac12\end{pmatrix}$

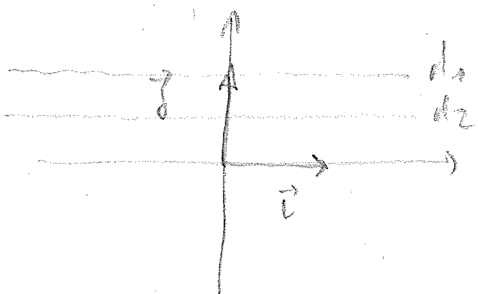
donc $L^{-1}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2\\ \frac12 & -\frac12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x-2y\\ \frac12 x - \frac12 y\end{pmatrix}$

Ex 4 (a) $M_R = \begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ car $R(\vec i) = -\vec j$ et $R(\vec j) = \vec i$

$M_S = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ car $S(\vec i) = \vec i$ et $S(\vec j) = \vec 0$

$\Rightarrow M_{S\circ R} = M_S\cdot M_R = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

(b) $S\circ R(\vec i) = \vec 0$ et $S\circ R(\vec j) = \vec i$



$S\circ R(d_1) = (1;0)$

$S\circ R(d_2) = (\frac12;0)$

c'est la composition de la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ avec la projection sur Ox (dans cet ordre!)

$\underbrace{\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}}_{Pr_{Ox}}\underbrace{\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}}_{R_{-\frac{\pi}{2}}} = \begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ ok!