Act 3 $\boxed{1}$ ..

$\boxed{2}$ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ on cherche λ, pour vecteur $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ avec $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \vec{0}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = \lambda x \\ x + 2y = \lambda y \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x(\lambda - 3) - 2y = 0 \\ y(\lambda - 2) - x = 0 \end{cases}$

pas simple ... pas simple

$\Leftrightarrow \begin{cases} (\lambda - 3)x - 2y = 0 \\ -x + (\lambda - 2)y = 0 \end{cases}$ écriture "naturelle"

$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \lambda - 3 & -2 \\ -1 & \lambda - 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Comme on veut $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ tq $\begin{pmatrix} \lambda - 3 & -2 \\ -1 & \lambda - 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$!

et qu'on sait $\begin{pmatrix} \dots \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

on en déduit que L n'est pas bijective, donc $L^{-1} \nexists$, donc $M^{-1} \nexists$

donc $\det(M) = 0$

càd $\begin{vmatrix} \lambda - 3 & -2 \\ -1 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = 0$ $\Leftrightarrow (\lambda - 3)(\lambda - 2) - 2 = 0$
$\Leftrightarrow \lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0$
$\Leftrightarrow (\lambda - 4)(\lambda - 1) = 0$

$\lambda_1 = 1$: $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = x \\ x + 2y = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow y = -x$

ss esp. propre : $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid y = -x \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ -x \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ x\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$

: droite d_1

un vect propre : $\vec{v_1}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

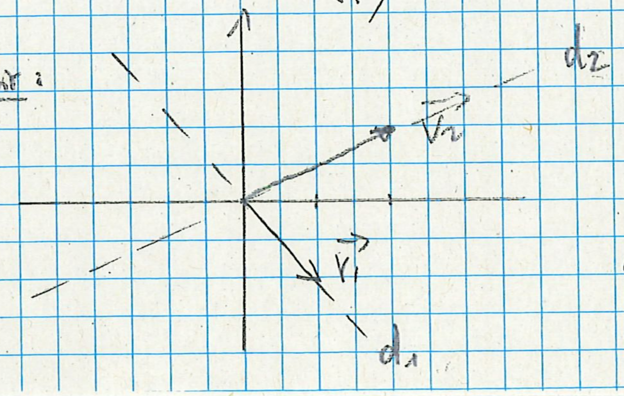
$\lambda_2 = 4$: $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 4x \\ x + 2y = 4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = 2y$: droite d_2

ss esp. propre : $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mid x = 2y \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 2y \\ y \end{pmatrix} \mid y \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ y\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid y \in \mathbb{R} \right\}$

un vect propre : $\vec{v_2}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Graphiquement :



à suivre : travailler dans la base propre $B(\vec{v_1}; \vec{v_2})$ ...