

Ma4A – Champ de l'examen écrit de maturité - juin 2023

Durée : 240'

Matériel autorisé : Table CRM sans annotations et calculatrice TI 30X Pro personnelles.

En calcul intégral et différentiel, il est nécessaire de :

- Savoir calculer des dérivées.
- Connaître la définition d'une primitive et savoir calculer une primitive directe de fonctions élémentaires, trigonométriques, logarithmiques, exponentielles et composées.
- Savoir déterminer une primitive d'une fonction donnée vérifiant une condition donnée.
- Savoir utiliser les dérivées des fonctions $y = \ln(x)$ et $y = e^x$ pour calculer des dérivées et des primitives d'autres fonctions logarithmes et exponentielles.
- Savoir calculer une primitive d'une fonction de la forme $g(x) = f'(x)/f(x)$.
- Pour une fonction f donnée (graphiquement ou algébriquement) et pour un nombre a donné, savoir représenter graphiquement une fonction d'accumulation $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ après avoir estimé quelques valeurs de $F(x)$.
- Connaître les propriétés élémentaires de l'intégrale définie.
- Connaître et savoir appliquer le théorème fondamental de l'analyse pour calculer une intégrale définie.
- Savoir calculer des intégrales définies par parties et par substitution (en utilisant entre autres un passage en coordonnées polaires).
- Savoir calculer une aire d'un domaine (par exemple "sous une courbe" ou compris entre deux courbes).
- Savoir calculer le volume d'un solide de révolution.
- Savoir déterminer la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle donné ; savoir utiliser le théorème de la moyenne pour résoudre des problèmes.
- Connaître les définitions des fonctions logarithmes et exponentielles, leurs domaines de définition et leurs principales propriétés.
- Savoir utiliser les fonctions logarithmes et exponentielles et leurs propriétés dans des calculs d'aires et des calculs de volumes de révolution.

Dans le chapitre des nombres complexes, il est nécessaire de :

- Connaître et comprendre la définition du nombre i .
- Connaître les notions élémentaires et le vocabulaire spécifique concernant les nombres complexes (partie réelle, partie imaginaire, module, argument, conjugué), ainsi que leur représentation géométrique.

- Savoir effectuer des calculs élémentaires dans \mathbb{C} (somme, différence, produit, quotient, puissance et racine) et savoir se servir de ces calculs pour démontrer les propriétés élémentaires des nombres complexes.
- Savoir représenter un nombre complexe dans le plan complexe et savoir utiliser le plan complexe pour vérifier un calcul dans \mathbb{C} .
- Connaître les différentes formes (cartésienne, trigonométrique et exponentielle) d'un nombre complexe, savoir passer de l'une à l'autre et utiliser la bonne forme pour la tâche à effectuer.
- Savoir trouver dans \mathbb{C} toutes les racines $n^{\text{ièmes}}$ d'un nombre complexe donné.
- Savoir appliquer et interpréter la formule de Moivre.
- Savoir résoudre des équations complexes.
- Connaître le théorème sur les racines conjuguées d'un polynôme à coefficients réels.

Dans le chapitre d'algèbre linéaire, il est nécessaire de

- Effectuer à la main toutes les opérations du calcul matriciel élémentaire (addition, soustraction, multiplication, inverse, déterminant).
- Résoudre un système d'équations en utilisant les matrices.
- Expliquer la définition d'application linéaire (exemples et contre-exemples) et savoir justifier la linéarité ou la non-linéarité.
- Déterminer la matrice associée à une application linéaire (rotation, symétrie, projection, homothétie) et interpréter géométriquement l'application linéaire associée à une matrice donnée.
- Calculer la composition d'applications linéaires et la matrice associée.
- Déterminer la réciproque d'une application linéaire (si elle existe) et connaître le lien avec l'inverse de la matrice associée.
- Déterminer le noyau et l'image d'une application linéaire donnée et savoir les représenter graphiquement.
- Calculer un polynôme caractéristique, des valeurs propres et des vecteurs propres. Savoir les utiliser pour interpréter la nature géométrique d'une application linéaire.
- Déterminer la matrice d'une application linéaire par rapport à des bases données, être capable de passer de l'écriture dans une base à une autre (changement de base).
- Déterminer une base propre (si elle existe) et l'utiliser pour diagonaliser une matrice.

Dans le chapitre des probabilités, il est nécessaire de

- Savoir utiliser les permutations, les arrangements et les combinaisons pour compter des cas et pour calculer des probabilités.
- Connaître les axiomes du calcul des probabilités.

- Savoir représenter une expérience aléatoire qui se déroule en étapes successives sous la forme d'un arbre et savoir utiliser cet arbre pour calculer la probabilité d'un événement donné.
- Connaître la définition d'une probabilité conditionnelle et savoir calculer une telle probabilité.
- Avoir compris l'utilisation de la notion de variable aléatoire et savoir calculer sa loi de probabilité (tableau). Connaître la notion d'espérance (ou de moyenne), de variance, d'écart-type et savoir les calculer.
- Savoir identifier et utiliser une distribution binomiale et savoir en calculer l'espérance, la variance et l'écart type.
- Savoir identifier et utiliser une distribution normale et savoir en calculer l'espérance, la variance et l'écart type.
- Savoir approximer une distribution binomiale par une distribution normale et connaître les conditions pour pouvoir le faire. Savoir effectuer des calculs en utilisant la calculatrice.

Dans le chapitre sur les séries, il est nécessaire de

- Connaître les notions de suite et séries arithmétique et géométrique et les appliquer dans des problèmes.
- Connaître et savoir utiliser les critères de convergence/divergence des séries numériques : critère de divergence, comparaison, quotient (d'Alembert), racine (Cauchy), Leibniz pour les séries alternées, Riemann.
- Connaître (ou savoir retrouver dans la table CRM) le développement en série entière des fonctions vues au cours : \sin , \cos , \exp , $1/(1-x)$, $\ln(1+x)$, \arctan
- Savoir retrouver le terme général d'un développement en série entière donné. Savoir trouver l'intervalle de convergence d'une série entière (recherche du rayon de convergence et étude particulière aux bords de l'intervalle).
- Savoir déterminer le polynôme de MacLaurin et le développement en série de MacLaurin d'une fonction donnée (*ce type d'exercice nécessite que vous sachiez dériver une fonction*).
- Savoir évaluer le reste d'ordre n dans la formule de MacLaurin. Savoir utiliser une majoration du reste pour approximer des valeurs d'une fonction avec une précision donnée.
- Savoir approximer la valeur d'une intégrale en développant en série la fonction à intégrer.

Par ailleurs, vous devez aussi et toujours

- Savoir justifier une affirmation mathématique par une démonstration de portée générale s'appuyant explicitement sur les définitions, propriétés et théorèmes vus au cours, ou savoir la réfuter par un contre-exemple précis.
- Présenter vos calculs, vos graphiques et vos raisonnements de manière claire et détaillée en indiquant toutes les étapes.
- Porter un regard critique sur vos résultats et les vérifier chaque fois que c'est utile.