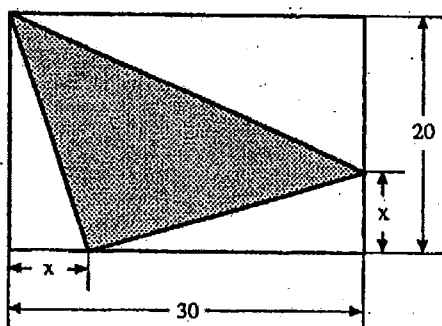


## EXERCICES EXTRAITS D'EXAMENS DE MATURITÉ

1. Soit la fonction réelle  $f$  définie par  $f(x) = e^{-|x|}$  et les points  $O(0;0)$ ,  $A(x;f(x))$  et  $B(-x;f(-x))$  dans le plan muni d'un repère orthonormé. Calculer les coordonnées des sommets A et B pour que l'aire du triangle OAB soit maximale.
2. On considère un triangle inscrit dans un rectangle comme suit :



Déterminer la valeur de  $x$  pour laquelle l'aire du triangle est minimale.

3. On dispose d'un jeu de 36 cartes ( 4 familles ou couleurs et 9 valeurs différentes).
  - 1) On tire simultanément cinq cartes. Combien de jeux différents de cinq cartes peut-on former ?
  - 2) On tire simultanément cinq cartes. Quelle est la probabilité que parmi ces jeux de cinq cartes on ait trois piques ?
  - 3) On tire simultanément cinq cartes. Quelle est la probabilité que parmi ces jeux de cinq cartes on ait deux rois et deux dames ?
  - 4) On tire simultanément cinq cartes. Quelle est la probabilité que parmi ces jeux de cinq cartes on ait cinq cartes consécutives de la même famille ?
  - 5) On tire cinq cartes avec remise et on note chaque fois la carte tirée. Quelle est la probabilité que parmi ces tirages de cinq cartes on ait trois piques ?
  - 6) On tire cinq cartes avec remise et on note chaque fois la carte tirée. Quelle est la probabilité que parmi ces tirages de cinq cartes on ait cinq rois ?
  - 7) On tire cinq cartes avec remise et on note chaque fois la carte tirée. Quelle est la probabilité que parmi ces tirages de cinq cartes on ait au moins un as ?
  - 8) On tire cinq cartes avec remise et on note chaque fois la carte tirée. Quelle est la probabilité que parmi ces tirages de cinq cartes on ait cinq fois la même carte ?
  - 9) On procède encore à un tirage avec remise. Combien de tirages faudra-t-il faire pour que la probabilité d'avoir au moins un as soit supérieure à 0,95 ?

4. On considère les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par  $f(x) = 2\sqrt{x}$ ,  $g(x) = 8 - x$  et  $h(x) = \sqrt{x - 2}$
- Représenter soigneusement ces fonctions en mettant en évidence la surface fermée limitée par les trois graphes ainsi que par l'axe  $Ox$ .
  - Calculer l'aire de cette surface.
  - Représenter et calculer le volume engendré par la rotation cette surface autour de l'axe  $Ox$ .
5. On donne les trois points  $A(2;1;3)$ ,  $C(11;2;-3)$  et  $D(2;-1;9)$ .
- Déterminer l'équation du plan  $\alpha$  passant par  $A$  et admettant la droite  $CD$  pour normale.
  - Vérifier que le point  $B(-1;6;2)$  appartient à  $\alpha$ .
  - Calculer les coordonnées du point d'intersection  $K$  de la droite  $CD$  et du plan  $\alpha$ .
  - Calculer les coordonnées du symétrique  $S$  du point  $C$  par rapport au plan  $\alpha$ .
  - Faire une esquisse en perspective permettant d'illustrer la situation décrite de 1) à 4).
  - Montrer que l'aire du triangle  $ABK$  vaut  $\frac{\sqrt{234}}{2}$  et calculer le volume du tétraèdre  $ABCS$ .
6. Dans une fabrique de chocolat, la production des plaques de 100 grammes est assurée par deux machines. La première produit des plaques de chocolat noir qui représentent 80% de la production et la deuxième produit des plaques de chocolat blanc qui représentent les autres 20% de la production de cette fabrique. La première machine fonctionne parfaitement, ce qui signifie que toutes les plaques qu'elle produit pèsent 100 grammes. La deuxième travaille de manière irrégulière: 70% des plaques qu'elle produit pèsent 100 grammes, 20% pèsent 110 grammes et 10% pèsent 90 grammes.
- Une personne choisit, au hasard, quelques plaques de chocolat dans le stock de la fabrique.
- Elle prélève 3 plaques. Quelle est la probabilité que ces 3 plaques soient noires ?
  - Combien de plaques au minimum doit-elle prélever si elle désire que la probabilité d'obtenir au moins une plaque blanche soit supérieure à 95% ?
  - Elle prélève une plaque. Quelle est la probabilité que cette plaque pèse 100 grammes ?
  - Elle prélève une plaque, la pèse et obtient 100 grammes. Quelle est alors la probabilité qu'elle ait pris une plaque de chocolat blanc ?
  - Elle prélève 3 plaques de chocolat blanc et les met ensemble sur une balance. Elle obtient 300 grammes. Quelle est alors la probabilité que chacune des plaques pèse 100 grammes ?

7. Un insecte robotisé se déplace dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . On localise cet insecte par ses coordonnées  $(x; y; z)$ .

On a programmé ce robot pour qu'il se déplace dans le plan  $\pi$  passant par les points  $A(-5; 14; 9)$ ,  $B(3; -2; 5)$  et  $C(-2; 2; 0)$ .

- a) Donner une équation cartésienne de  $\pi$ .

- b) On constate que le robot se déplace le long de la droite  $d : \begin{cases} x = -\frac{3}{4}t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Se déplace-t-il bien dans le plan  $\pi$  ?

Aïe ! Le robot s'est dérégulé. On l'a localisé en  $E(3; -4; 11)$ , puis il s'est rendu de  $E$  en  $F(1; -2; 7)$ . S'il continue dans cette direction, pourra-t-il rejoindre le plan d'équation  $5x - 4y + 8z + 6 = 0$  ?

8. Une bibliothèque contient 15 bandes dessinées de Pinpin et 9 bandes d'Aptérix. On tire au hasard successivement et sans remise 3 bandes dessinées dans la bibliothèque.

- a) Calculer la probabilité d'obtenir 2 bandes dessinées de Pinpin et 1 bande d'Aptérix.
- b) On organise un jeu d'argent :  
 - si on ne tire aucune bande dessinée de Pinpin, on perd 70 F,  
 - si on tire une bande dessinée de Pinpin, on gagne 1 F ; si on tire deux bandes dessinées de Pinpin, on gagne 3 F ; si on tire trois bandes dessinées de Pinpin, on gagne 6 F.  
 Donner la distribution de probabilités de la variable aléatoire  $X$  définie par le nombre de francs gagnés ou perdus.
- c) Ce jeu est-il favorable au joueur ?

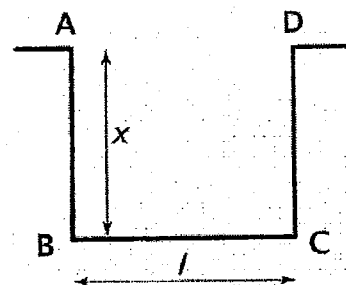
9. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ , on considère les points  $A(2; 2; 1)$  et  $B(10; 0; 11)$ .

- a) Déterminer une représentation paramétrique (équations paramétriques) de la droite  $d$  qui passe par  $A$  et par  $B$ .
- b) On donne le plan  $\pi$  défini par l'équation  $2x + 2y - z - 3 = 0$  ; déterminer l'intersection de la droite  $d$  et du plan  $\pi$ .
- c) Calculer la distance entre point  $A$  et le plan  $\pi$ .
- d) Déterminer une représentation paramétrique (équations paramétriques) d'une droite  $p$  qui est strictement parallèle au plan  $\pi$  et qui passe par l'origine du repère.

10. Un club d'athlétisme comprend 500 membres. La taille de cette population d'athlètes est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne 182 cm. De plus, 420 athlètes de cette population mesurent plus de 175 cm.

- Déterminer la variance de cette population d'athlètes.
- Une épreuve sportive réunit les 500 athlètes ; déterminer combien d'athlètes de ce groupe mesurent plus de 194 cm.

11. On veut faire circuler un fluide avec un frottement minimal dans un canal à section intérieure rectangulaire. ABCD représente cette section ;  $x$  désigne la hauteur en mètres et  $l$  la largeur en mètre de la section. L'aire de la section ABCD est  $2 \text{ dm}^2$ .



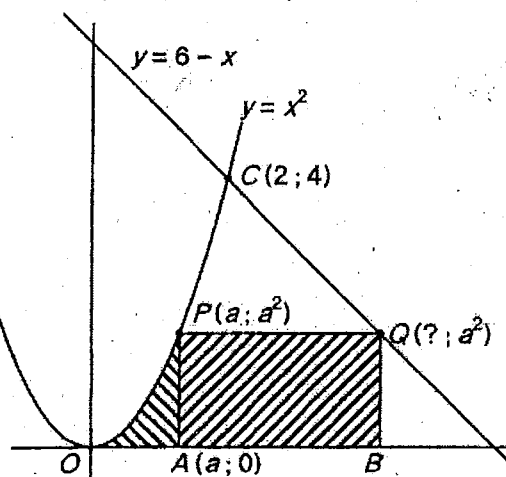
- Exprimer  $l$  en fonction de  $x$ .
- On note  $L(x)$  la longueur du contour intérieur, c'est-à-dire  $AB + BC + CD$ . Montrer que :

$$L(x) = 2x + \frac{2}{100x}$$

- Le frottement est minimal lorsque  $L(x)$  est minimal. Déterminer la valeur de  $x$  puis de  $l$  pour lesquelles le frottement est minimal.

12. On donne la parabole d'équation  $y = x^2$ , la droite  $d$  d'équation  $y = 6 - x$  ainsi qu'un point courant  $P$  de la parabole :  $P(a; a^2)$ ,  $a \in [0; 2]$ .

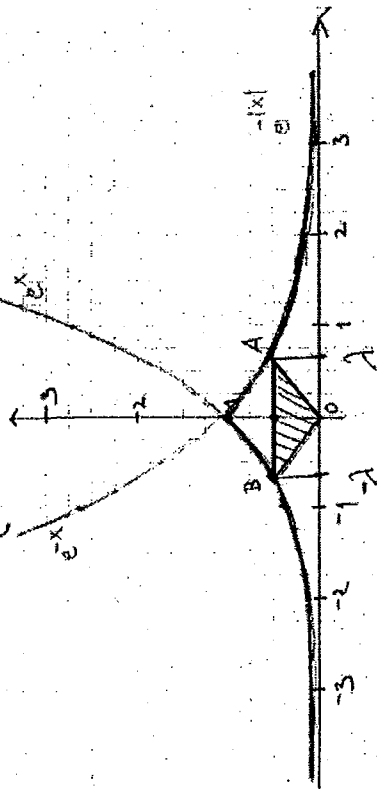
- Donner, en fonction de  $a$ , l'aire  $A_1$  de la surface comprise entre la parabole et l'axe  $Ox$  sur l'intervalle  $[0; a]$ .
- La droite horizontale passant par  $P$  coupe la droite  $d$  en un point  $Q$ . Donner, en fonction de  $a$ , l'abscisse du point  $Q$ .
- Donner, en fonction de  $a$ , l'aire  $A_2$  du rectangle  $ABQP$ .
- Donner, en fonction de  $a$ , l'aire totale de la surface hachurée :  $A_1 + A_2$ .
- Pour quelle valeur de  $a$  cette surface hachurée est-elle la plus grande ? Donner alors son aire.



# Réponses

1.

$$f(x) = e^{-|x|} = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \\ e^x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



$$A_{A0B} = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \cdot e^{-1}$$

$$A'(\lambda) = 1 \cdot e^{-\lambda} + \lambda \cdot e^{-\lambda} \cdot (-1) = -e^{-\lambda}(1 - \lambda)$$

Tableau des signes de  $A'$  et tableau de variation de,

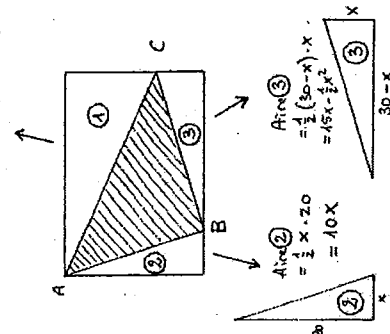
	$e^{-\lambda}$	$1 - \lambda$	$A'(\lambda)$	$A(\lambda)$
	+	+	+	
	+	-	-	
	+	0	0	
				max

$$\lambda = 1 \quad \text{et} \quad A(1) = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$A(1, \frac{1}{e}) \quad B(-1, \frac{1}{e})$$

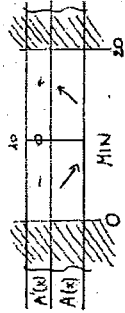
2.

Aire ①  
 $= \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot (20 - x)$   
 $= 300 - 15x$



Aire  $\Delta ABC$  = Aire rectangle - ① - ② - ③  
 $= 30 \cdot 20 - (300 - 15x) - 10x - (15x - \frac{1}{2}x^2)$   
 $= 600 - 300 + 15x - 10x - 15x + \frac{1}{2}x^2$   
 $A(x) = \frac{1}{2}x^2 - 10x + 300$

$$A'(x) = x - 10$$



VB: ce tableau n'a de sens que pour  $x \in [0, 20]$   
 (En diminution du rectangle de base d'au 30 x 20)

L'aire du  $\Delta ABC$  est minimale lorsque  $x = 10$

La valeur de l'aire est alors

$$A(10) = \frac{1}{2} \cdot 10^2 - 10 \cdot 10 + 300 = 50 - 100 + 300 = 250$$

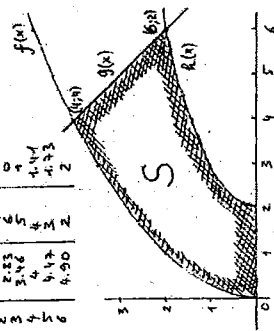
Aire minimale = 250  
 (du triangle ABC)

3.

- $C_5^{36} = 376'992$  jeux différents
- $p = \frac{C_3^9 \cdot C_2^{27}}{C_5^{34}} = 0.0792 = 7.92\%$
- $p = \frac{C_1^4 \cdot C_2^{28}}{C_5^{36}} = 0.0023 = 0.23\%$
- $p = \frac{4 \cdot 5}{C_5^{36}} = \frac{20}{15959796} \approx 1.25 \times 10^{-6}$   
 4 couleurs (5 suites possibles)  
 11.6 → 10  
 11.6 → 8  
 11.6 → 6  
 11.6 → 4  
 11.6 → 2  
 11.6 → 0  
 11.6 → -2  
 11.6 → -4  
 11.6 → -6  
 11.6 → -8  
 11.6 → -10  
 11.6 → -11.6  
 11.6 → -13.2  
 11.6 → -14.8  
 11.6 → -16.4  
 11.6 → -18  
 11.6 → -19.6  
 11.6 → -21.2  
 11.6 → -22.8  
 11.6 → -24.4  
 11.6 → -26  
 11.6 → -27.6  
 11.6 → -29.2  
 11.6 → -30.8  
 11.6 → -32.4  
 11.6 → -34  
 11.6 → -35.6  
 11.6 → -37.2  
 11.6 → -38.8  
 11.6 → -40.4  
 11.6 → -42  
 11.6 → -43.6  
 11.6 → -45.2  
 11.6 → -46.8  
 11.6 → -48.4  
 11.6 → -50  
 11.6 → -51.6  
 11.6 → -53.2  
 11.6 → -54.8  
 11.6 → -56.4  
 11.6 → -58  
 11.6 → -59.6  
 11.6 → -61.2  
 11.6 → -62.8  
 11.6 → -64.4  
 11.6 → -66  
 11.6 → -67.6  
 11.6 → -69.2  
 11.6 → -70.8  
 11.6 → -72.4  
 11.6 → -74  
 11.6 → -75.6  
 11.6 → -77.2  
 11.6 → -78.8  
 11.6 → -80.4  
 11.6 → -82  
 11.6 → -83.6  
 11.6 → -85.2  
 11.6 → -86.8  
 11.6 → -88.4  
 11.6 → -90  
 11.6 → -91.6  
 11.6 → -93.2  
 11.6 → -94.8  
 11.6 → -96.4  
 11.6 → -98  
 11.6 → -99.6  
 11.6 → -101.2  
 11.6 → -102.8  
 11.6 → -104.4  
 11.6 → -106  
 11.6 → -107.6  
 11.6 → -109.2  
 11.6 → -110.8  
 11.6 → -112.4  
 11.6 → -114  
 11.6 → -115.6  
 11.6 → -117.2  
 11.6 → -118.8  
 11.6 → -120.4  
 11.6 → -122  
 11.6 → -123.6  
 11.6 → -125.2  
 11.6 → -126.8  
 11.6 → -128.4  
 11.6 → -130  
 11.6 → -131.6  
 11.6 → -133.2  
 11.6 → -134.8  
 11.6 → -136.4  
 11.6 → -138  
 11.6 → -139.6  
 11.6 → -141.2  
 11.6 → -142.8  
 11.6 → -144.4  
 11.6 → -146  
 11.6 → -147.6  
 11.6 → -149.2  
 11.6 → -150.8  
 11.6 → -152.4  
 11.6 → -154  
 11.6 → -155.6  
 11.6 → -157.2  
 11.6 → -158.8  
 11.6 → -160.4  
 11.6 → -162  
 11.6 → -163.6  
 11.6 → -165.2  
 11.6 → -166.8  
 11.6 → -168.4  
 11.6 → -170  
 11.6 → -171.6  
 11.6 → -173.2  
 11.6 → -174.8  
 11.6 → -176.4  
 11.6 → -178  
 11.6 → -179.6  
 11.6 → -181.2  
 11.6 → -182.8  
 11.6 → -184.4  
 11.6 → -186  
 11.6 → -187.6  
 11.6 → -189.2  
 11.6 → -190.8  
 11.6 → -192.4  
 11.6 → -194  
 11.6 → -195.6  
 11.6 → -197.2  
 11.6 → -198.8  
 11.6 → -200.4  
 11.6 → -202  
 11.6 → -203.6  
 11.6 → -205.2  
 11.6 → -206.8  
 11.6 → -208.4  
 11.6 → -210  
 11.6 → -211.6  
 11.6 → -213.2  
 11.6 → -214.8  
 11.6 → -216.4  
 11.6 → -218  
 11.6 → -219.6  
 11.6 → -221.2  
 11.6 → -222.8  
 11.6 → -224.4  
 11.6 → -226  
 11.6 → -227.6  
 11.6 → -229.2  
 11.6 → -230.8  
 11.6 → -232.4  
 11.6 → -234  
 11.6 → -235.6  
 11.6 → -237.2  
 11.6 → -238.8  
 11.6 → -240.4  
 11.6 → -242  
 11.6 → -243.6  
 11.6 → -245.2  
 11.6 → -246.8  
 11.6 → -248.4  
 11.6 → -250  
 11.6 → -251.6  
 11.6 → -253.2  
 11.6 → -254.8  
 11.6 → -256.4  
 11.6 → -258  
 11.6 → -259.6  
 11.6 → -261.2  
 11.6 → -262.8  
 11.6 → -264.4  
 11.6 → -266  
 11.6 → -267.6  
 11.6 → -269.2  
 11.6 → -270.8  
 11.6 → -272.4  
 11.6 → -274  
 11.6 → -275.6  
 11.6 → -277.2  
 11.6 → -278.8  
 11.6 → -280.4  
 11.6 → -282  
 11.6 → -283.6  
 11.6 → -285.2  
 11.6 → -286.8  
 11.6 → -288.4  
 11.6 → -290  
 11.6 → -291.6  
 11.6 → -293.2  
 11.6 → -294.8  
 11.6 → -296.4  
 11.6 → -298  
 11.6 → -299.6  
 11.6 → -301.2  
 11.6 → -302.8  
 11.6 → -304.4  
 11.6 → -306  
 11.6 → -307.6  
 11.6 → -309.2  
 11.6 → -310.8  
 11.6 → -312.4  
 11.6 → -314  
 11.6 → -315.6  
 11.6 → -317.2  
 11.6 → -318.8  
 11.6 → -320.4  
 11.6 → -322  
 11.6 → -323.6  
 11.6 → -325.2  
 11.6 → -326.8  
 11.6 → -328.4  
 11.6 → -330  
 11.6 → -331.6  
 11.6 → -333.2  
 11.6 → -334.8  
 11.6 → -336.4  
 11.6 → -338  
 11.6 → -339.6  
 11.6 → -341.2  
 11.6 → -342.8  
 11.6 → -344.4  
 11.6 → -346  
 11.6 → -347.6  
 11.6 → -349.2  
 11.6 → -350.8  
 11.6 → -352.4  
 11.6 → -354  
 11.6 → -355.6  
 11.6 → -357.2  
 11.6 → -358.8  
 11.6 → -360.4  
 11.6 → -362  
 11.6 → -363.6  
 11.6 → -365.2  
 11.6 → -366.8  
 11.6 → -368.4  
 11.6 → -370  
 11.6 → -371.6  
 11.6 → -373.2  
 11.6 → -374.8  
 11.6 → -376.4  
 11.6 → -378  
 11.6 → -379.6  
 11.6 → -381.2  
 11.6 → -382.8  
 11.6 → -384.4  
 11.6 → -386  
 11.6 → -387.6  
 11.6 → -389.2  
 11.6 → -390.8  
 11.6 → -392.4  
 11.6 → -394  
 11.6 → -395.6  
 11.6 → -397.2  
 11.6 → -398.8  
 11.6 → -400.4  
 11.6 → -402  
 11.6 → -403.6  
 11.6 → -405.2  
 11.6 → -406.8  
 11.6 → -408.4  
 11.6 → -410  
 11.6 → -411.6  
 11.6 → -413.2  
 11.6 → -414.8  
 11.6 → -416.4  
 11.6 → -418  
 11.6 → -419.6  
 11.6 → -421.2  
 11.6 → -422.8  
 11.6 → -424.4  
 11.6 → -426  
 11.6 → -427.6  
 11.6 → -429.2  
 11.6 → -430.8  
 11.6 → -432.4  
 11.6 → -434  
 11.6 → -435.6  
 11.6 → -437.2  
 11.6 → -438.8  
 11.6 → -440.4  
 11.6 → -442  
 11.6 → -443.6  
 11.6 → -445.2  
 11.6 → -446.8  
 11.6 → -448.4  
 11.6 → -450  
 11.6 → -451.6  
 11.6 → -453.2  
 11.6 → -454.8  
 11.6 → -456.4  
 11.6 → -458  
 11.6 → -459.6  
 11.6 → -461.2  
 11.6 → -462.8  
 11.6 → -464.4  
 11.6 → -466  
 11.6 → -467.6  
 11.6 → -469.2  
 11.6 → -470.8  
 11.6 → -472.4  
 11.6 → -474  
 11.6 → -475.6  
 11.6 → -477.2  
 11.6 → -478.8  
 11.6 → -480.4  
 11.6 → -482  
 11.6 → -483.6  
 11.6 → -485.2  
 11.6 → -486.8  
 11.6 → -488.4  
 11.6 → -490  
 11.6 → -491.6  
 11.6 → -493.2  
 11.6 → -494.8  
 11.6 → -496.4  
 11.6 → -498  
 11.6 → -499.6  
 11.6 → -501.2  
 11.6 → -502.8  
 11.6 → -504.4  
 11.6 → -506  
 11.6 → -507.6  
 11.6 → -509.2  
 11.6 → -510.8  
 11.6 → -512.4  
 11.6 → -514  
 11.6 → -515.6  
 11.6 → -517.2  
 11.6 → -518.8  
 11.6 → -520.4  
 11.6 → -522  
 11.6 → -523.6  
 11.6 → -525.2  
 11.6 → -526.8  
 11.6 → -528.4  
 11.6 → -530  
 11.6 → -531.6  
 11.6 → -533.2  
 11.6 → -534.8  
 11.6 → -536.4  
 11.6 → -538  
 11.6 → -539.6  
 11.6 → -541.2  
 11.6 → -542.8  
 11.6 → -544.4  
 11.6 → -546  
 11.6 → -547.6  
 11.6 → -549.2  
 11.6 → -550.8  
 11.6 → -552.4  
 11.6 → -554  
 11.6 → -555.6  
 11.6 → -557.2  
 11.6 → -558.8  
 11.6 → -560.4  
 11.6 → -562  
 11.6 → -563.6  
 11.6 → -565.2  
 11.6 → -566.8  
 11.6 → -568.4  
 11.6 → -570  
 11.6 → -571.6  
 11.6 → -573.2  
 11.6 → -574.8  
 11.6 → -576.4  
 11.6 → -578  
 11.6 → -579.6  
 11.6 → -581.2  
 11.6 → -582.8  
 11.6 → -584.4  
 11.6 → -586  
 11.6 → -587.6  
 11.6 → -589.2  
 11.6 → -590.8  
 11.6 → -592.4  
 11.6 → -594  
 11.6 → -595.6  
 11.6 → -597.2  
 11.6 → -598.8  
 11.6 → -600.4  
 11.6 → -602  
 11.6 → -603.6  
 11.6 → -605.2  
 11.6 → -606.8  
 11.6 → -608.4  
 11.6 → -610  
 11.6 → -611.6  
 11.6 → -613.2  
 11.6 → -614.8  
 11.6 → -616.4  
 11.6 → -618  
 11.6 → -619.6  
 11.6 → -621.2  
 11.6 → -622.8  
 11.6 → -624.4  
 11.6 → -626  
 11.6 → -627.6  
 11.6 → -629.2  
 11.6 → -630.8  
 11.6 → -632.4  
 11.6 → -634  
 11.6 → -635.6  
 11.6 → -637.2  
 11.6 → -638.8  
 11.6 → -640.4  
 11.6 → -642  
 11.6 → -643.6  
 11.6 → -645.2  
 11.6 → -646.8  
 11.6 → -648.4  
 11.6 → -650  
 11.6 → -651.6  
 11.6 → -653.2  
 11.6 → -654.8  
 11.6 → -656.4  
 11.6 → -658  
 11.6 → -659.6  
 11.6 → -661.2  
 11.6 → -662.8  
 11.6 → -664.4  
 11.6 → -666  
 11.6 → -667.6  
 11.6 → -669.2  
 11.6 → -670.8  
 11.6 → -672.4  
 11.6 → -674  
 11.6 → -675.6  
 11.6 → -677.2  
 11.6 → -678.8  
 11.6 → -680.4  
 11.6 → -682  
 11.6 → -683.6  
 11.6 → -685.2  
 11.6 → -686.8  
 11.6 → -688.4  
 11.6 → -690  
 11.6 → -691.6  
 11.6 → -693.2  
 11.6 → -694.8  
 11.6 → -696.4  
 11.6 → -698  
 11.6 → -699.6  
 11.6 → -701.2  
 11.6 → -702.8  
 11.6 → -704.4  
 11.6 → -706  
 11.6 → -707.6  
 11.6 → -709.2  
 11.6 → -710.8  
 11.6 → -712.4  
 11.6 → -714  
 11.6 → -715.6  
 11.6 → -717.2  
 11.6 → -718.8  
 11.6 → -720.4  
 11.6 → -722  
 11.6 → -723.6  
 11.6 → -725.2  
 11.6 → -726.8  
 11.6 → -728.4  
 11.6 → -730  
 11.6 → -731.6  
 11.6 → -733.2  
 11.6 → -734.8  
 11.6 → -736.4  
 11.6 → -738  
 11.6 → -739.6  
 11.6 → -741.2  
 11.6 → -742.8  
 11.6 → -744.4  
 11.6 → -746  
 11.6 → -747.6  
 11.6 → -749.2  
 11.6 → -750.8  
 11.6 → -752.4  
 11.6 → -754  
 11.6 → -755.6  
 11.6 → -757.2  
 11.6 → -758.8  
 11.6 → -760.4  
 11.6 → -762  
 11.6 → -763.6  
 11.6 → -765.2  
 11.6 → -766.8  
 11.6 → -768.4  
 11.6 → -770  
 11.6 → -771.6  
 11.6 → -773.2  
 11.6 → -774.8  
 11.6 → -776.4  
 11.6 → -778  
 11.6 → -779.6  
 11.6 → -781.2  
 11.6 → -782.8  
 11.6 → -784.4  
 11.6 → -786  
 11.6 → -787.6  
 11.6 → -789.2  
 11.6 → -790.8  
 11.6 → -792.4  
 11.6 → -794  
 11.6 → -795.6  
 11.6 → -797.2  
 11.6 → -798.8  
 11.6 → -800.4  
 11.6 → -802  
 11.6 → -803.6  
 11.6 → -805.2  
 11.6 → -806.8  
 11.6 → -808.4  
 11.6 → -810  
 11.6 → -811.6  
 11.6 → -813.2  
 11.6 → -814.8  
 11.6 → -816.4  
 11.6 → -818  
 11.6 → -819.6  
 11.6 → -821.2  
 11.6 → -822.8  
 11.6 → -824.4  
 11.6 → -826  
 11.6 → -827.6  
 11.6 → -829.2  
 11.6 → -830.8  
 11.6 → -832.4  
 11.6 → -834  
 11.6 → -835.6  
 11.6 → -837.2  
 11.6 → -838.8  
 11.6 → -840.4  
 11.6 → -842  
 11.6 → -843.6  
 11.6 → -845.2  
 11.6 → -846.8  
 11.6 → -848.4  
 11.6 → -850  
 11.6 → -851.6  
 11.6 → -853.2  
 11.6 → -854.8  
 11.6 → -856.4  
 11.6 → -858  
 11.6 → -859.6  
 11.6 → -861.2  
 11.6 → -862.8  
 11.6 → -864.4  
 11.6 → -866  
 11.6 → -867.6  
 11.6 → -869.2  
 11.6 → -870.8  
 11.6 → -872.4  
 11.6 → -874  
 11.6 → -875.6  
 11.6 → -877.2  
 11.6 → -878.8  
 11.6 → -880.4  
 11.6 → -882  
 11.6 → -883.6  
 11.6 → -885.2  
 11.6 → -886.8  
 11.6 → -888.4  
 11.6 → -890  
 11.6 → -891.6  
 11.6 → -893.2  
 11.6 → -894.8  
 11.6 → -896.4  
 11.6 → -898  
 11.6 → -899.6  
 11.6 → -901.2  
 11.6 → -902.8  
 11.6 → -904.4  
 11.6 → -906  
 11.6 → -907.6  
 11.6 → -909.2  
 11.6 → -910.8  
 11.6 → -912.4  
 11.6 → -914  
 11.6 → -915.6  
 11.6 → -917.2  
 11.6 → -918.8  
 11.6 → -920.4  
 11.6 → -922  
 11.6 → -923.6  
 11.6 → -925.2  
 11.6 → -926.8  
 11.6 → -928.4  
 11.6 → -930  
 11.6 → -931.6  
 11.6 → -933.2  
 11.6 → -934.8  
 11.6 → -936.4  
 11.6 → -938  
 11.6 → -939.6  
 11.6 → -941.2  
 11.6 → -942.8  
 11.6 → -944.4  
 11.6 → -946  
 11.6 → -947.6  
 11.6 → -949.2  
 11.6 → -950.8  
 11.6 → -952.4  
 11.6 → -954  
 11.6 → -955.6  
 11.6 → -957.2  
 11.6 → -958.8  
 11.6 → -960.4  
 11.6 → -962  
 11.6 → -963.6  
 11.6 → -965.2  
 11.6 → -966.8  
 11.6 → -968.4  
 11.6 → -970  
 11.6 → -971.6  
 11.6 → -973.2  
 11.6 → -974.8  
 11.6 → -976.4  
 11.6 → -978  
 11.6 → -979.6  
 11.6 → -981.2  
 11.6 → -982.8  
 11.6 → -984.4  
 11.6 → -986  
 11.6 → -987.6  
 11.6 → -989.2  
 11.6 → -990.8  
 11.6 → -992.4  
 11.6 → -994  
 11.6 → -995.6  
 11.6 → -997.2  
 11.6 → -998.8  
 11.6 → -1000.4  
 11.6 → -1002  
 11.6 → -1003.6  
 11.6 → -1005.2  
 11.6 → -1006.8  
 11.6 → -1008.4  
 11.6 → -1010  
 11.6 → -1011.6  
 11.6 → -1013.2  
 11.6 → -1014.8  
 11.6 → -1016.4  
 11.6 → -1018  
 11.6 → -1019.6  
 11.6 → -1021.2  
 11.6 → -1022.8  
 11.6 → -1024.4  
 11.6 → -1026  
 11.6 → -1027.6  
 11.6 → -1029.2  
 11.6 → -1030.8  
 11.6 → -1032.4  
 11.6 → -1034  
 11.6 → -1035.6  
 11.6 → -1037.2  
 11.6 → -1038.8  
 11.6 → -1040.4  
 11.6 → -1042  
 11.6 → -1043.6  
 11.6 → -1045.2  
 11.6 → -1046.8  
 11.6 → -1048.4  
 11.6 → -1050  
 11.6 → -1051.6  
 11.6 → -1053.2  
 11.6 → -

4. a)  $ED_f = R + ED_g = R$   $ED_g = [2; 10]$

x	f(x)	g(x)	R(x)
1	0	8	8
2	3	7	10
3	3	5	8
4	4	4	8
5	5	3	8
6	6	2	8



b) Aire de la surface S, notée A

$$A = \int_1^6 f(x) dx + \int_1^6 g(x) dx - \int_1^6 R(x) dx$$

Primitives:

$$f(x) = 2\sqrt{x} = 2x^{1/2} \Rightarrow F(x) = 2 \cdot \frac{2}{3} x^{3/2} = \frac{4}{3} \sqrt{x^3}$$

$$g(x) = 8 - x \Rightarrow G(x) = 8x - \frac{x^2}{2}$$

$$R(x) = \sqrt{x^2 - 1} = (x-1)^{1/2} \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3} (x-1)^{3/2} = \frac{2}{3} (x-1)\sqrt{x-1}$$

$$A = \left[ \frac{4}{3} \sqrt{x^3} + 8x - \frac{x^2}{2} - \frac{2}{3} (x-1)\sqrt{x-1} \right]_1^6$$

$$= \left( \frac{32}{3} - 0 \right) + (48 - 18) - (32 - 8) - \left( \frac{16}{3} - 0 \right)$$

$$= \frac{32}{3} + 30 - 24 - \frac{16}{3} = \frac{44}{3} + 6 = \frac{64}{3}$$

c)  $V = \int_0^4 \pi [f(x)]^2 dx + \int_4^6 \pi [g(x)]^2 dx - \int_0^6 \pi [R(x)]^2 dx$



$$V = \int_0^4 \pi \cdot 4x dx + \int_4^6 \pi (8-x)^2 dx - \int_0^6 \pi (x-2)^2 dx$$

$$= \pi 2x^2 \Big|_0^4 + \pi \left[ -\frac{1}{3} (8-x)^3 \right]_4^6 - \pi \left[ \frac{1}{3} (x-2)^3 \right]_0^6$$

$$= \pi (32 - 0) + \pi \left[ -\frac{1}{3} (8-6)^3 + \frac{1}{3} (8-4)^3 \right] - \pi \left[ \frac{1}{3} (6-2)^3 - \frac{1}{3} (0-2)^3 \right]$$

$$= 32\pi - \frac{8\pi}{3} + \frac{64\pi}{3} - 8\pi$$

$$= \frac{96\pi}{3} - \frac{8\pi}{3} + \frac{64\pi}{3} - \frac{24\pi}{3} = \frac{128\pi}{3}$$

5.

1)  $\vec{m}_\alpha = \vec{CD} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Dr:  $3x + y - 4z + d = 0$

$A \in \alpha \Rightarrow 3 \cdot 2 + 1 - 4 \cdot 3 + d = 0$

$\Rightarrow d = 5$

$\alpha: 3x + y - 4z + 5 = 0$

2)  $B \in \alpha \Rightarrow 3(-1) + 6 - 4 \cdot 2 + 5 = 0$

3)  $m = \text{vecteur } CD \Rightarrow \vec{m} = \vec{CD} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

$n: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$K = m \cap \alpha: \begin{cases} x = 11 - 3k \\ y = 2 + k \\ z = -3 - 4k \end{cases}$

$3x + y - 4z + 5 = 0$

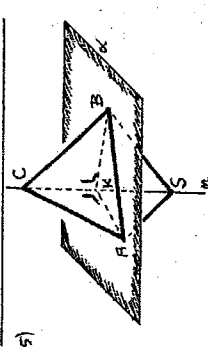
$3(11-3k) + (2+k) - 4(-3-4k) + 5 = 0$

$33 - 9k + 2 + k + 12 + 16k + 5 = 0$

$26k + 52 = 0 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow K(5; 0; 5)$

4)  $\vec{OS} = \vec{OK} - \vec{KC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow S(-1; 0; 1)$



6)  $\text{Aire}_{ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| =$

$$= \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -12 \end{pmatrix} \right\|$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{9 + 1 + 144} = \frac{1}{2} \sqrt{154} = \frac{\sqrt{154}}{2}$$

Volume  $= \frac{1}{6} \cdot \text{Vol}_{C_{ABD}}$  (par symétrie)

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \text{base} \cdot \text{hauteur} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{154}}{2} \cdot \frac{\sqrt{154}}{2}$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{154}}{2} \cdot \frac{\sqrt{154}}{2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{154}{4} = \frac{154}{72} = \frac{77}{36}$$

Variante pour le calcul du volume:

$$V = \frac{1}{6} \left\| \vec{AB} \wedge \vec{AC} \right\| \cdot \left\| \vec{AD} \right\| = \frac{1}{6} \left\| \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -12 \end{pmatrix} \right\| \cdot \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = 52$$

6.

1) On peut visualiser la situation sous la forme d'un schéma en arbre:

Choix de la machine Poche de la plaque

0.3 N [1<sup>ère</sup> machine] 1 100 - P<sub>1</sub> = 0.8

0.2 B [2<sup>ème</sup> machine] 0.3 100 - P<sub>2</sub> = 0.34

0.1 110 - P<sub>3</sub> = 0.04

0.1 90 - P<sub>4</sub> = 0.02

P(N, N, N) = (0.8)<sup>3</sup> = 0.512 = 51.2%

2)  $P_m(N) = P(N_1, N_2, \dots, N_m)$

$P_m(N) = (0.8)^m$

P(au moins une plaque blanche) = 1 - P<sub>m</sub>(N)

on veut donc 1 - (0.8)<sup>m</sup> > 0.95

Calculons 1 - (0.8)<sup>m</sup> = 0.95

-(0.8)<sup>m</sup> = -0.05

(0.8)<sup>m</sup> = 0.05

$m = \log_{0.8}(0.05) = \frac{\ln 0.05}{\ln 0.8} = 13.43$

Il faut au moins 14 plaques

3) voir arbre de la question 1)

$P = P_1 + P_2 = 0.8 + 0.14 = 0.94 = 94\%$

4) P(B | 100) avec B = la plaque est blanche

100 = la plaque posée

$P(B | 100) = \frac{P(B, 100)}{P(100)} = \frac{P_2}{P_1 + P_2}$

voir arbre de la question 1)

$P(B | 100) = \frac{0.14}{0.94} = 0.1489 = 14.89\%$

5) Les trois plaques sont blanches.

On en déduit (voir arbre de la question 1) à droite de B) que:

$P = P(100, 100, 100) + P\left(\frac{1}{100}, \frac{1}{100}, \frac{1}{100}\right)$

$= (0.8)^3 + \frac{1}{3} \cdot (0.7)(0.2)(0.1)$

$= 0.427$

$P_3 = \text{probabilité d'être...} = 42.7\%$

7. Un insecte robotisé se déplace dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On localise cet insecte par ses coordonnées  $(x; y; z)$ .

On a programmé ce robot pour qu'il se déplace dans le plan  $\pi$  passant par les points

$A(-5; 14; 9)$ ,  $B(3; -2; 5)$  et  $C(-2; 2; 0)$ .

c) Donner une équation cartésienne de  $\pi$ .

$\overline{AB}(8; -16; -4)$ , ou encore :  $\vec{u}(2; -4; -1)$  ;  $\overline{AC}(3; -12; -9)$ , ou encore :  $\vec{v}(1; -4; -3)$

$$\begin{vmatrix} x+5 & 8 & 3 \\ y-14 & -16 & -12 \\ z-9 & -4 & -9 \end{vmatrix} = 0 \text{ d'où : } 8x + 5y - 4z + 6 = 0$$

b) Le robot se déplace le long de la droite  $d : \begin{cases} x = -\frac{3}{4}t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Se déplace-t-il bien dans  $\pi$  ?

$$8\left(-\frac{3}{4}t\right) + 5(-2 + 2t) - 4(-1 + t) + 6 = 0 \Leftrightarrow 0t = 0, \text{ oui}$$

c) Aie ! Le robot s'est déréglé. On l'a localisé en  $E(3; -4; 11)$ , puis il s'est rendu de  $E$  en  $F(1; -2; 7)$ . S'il continue dans cette direction, pourra-t-il rejoindre le plan d'équation  $5x - 4y + 8z + 6 = 0$  ?

$$\overline{EF}(-2; 2; -4) ; d : \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = -4 + 2k \\ z = 11 - 4k \end{cases} k \in \mathbb{R}$$

On insère cette équation dans le plan :

$$\begin{aligned} 5(3 - 2k) - 4(-4 + 2k) + 8(11 - 4k) + 6 &= 0 \\ 15 - 10k + 16 - 8k + 88 - 32k + 6 &= 0 \\ -50k &= -125 \Leftrightarrow k = \frac{125}{50} = \frac{5}{2} \\ \text{Point d'intersection : } I(-2; 1; 1) \end{aligned}$$

Donc il peut rejoindre le plan.

8. a) Calculer la probabilité d'obtenir 2 bandes dessinées de Pinpin et 1 bande d'Aptérix.

$$p = \frac{\binom{15}{2} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{24}{3}} = 0.467, \text{ autre démarche : } p = \frac{15}{24} \cdot \frac{14}{23} \cdot \frac{9}{22} = \frac{5670}{12144}$$

b) Distribution de probabilités de la variable aléatoire  $X$  :

$$\begin{aligned} P(X = -70) &= \frac{9}{24} \cdot \frac{8}{23} \cdot \frac{7}{22} = \frac{504}{12144} \approx 0.042 \\ P(X = 1) &= \frac{15}{24} \cdot \frac{9}{23} \cdot \frac{8}{22} = \frac{3240}{12144} \approx 0.267 \\ P(X = 3) &= \frac{15}{24} \cdot \frac{14}{23} \cdot \frac{9}{22} = \frac{5670}{12144} \approx 0.467 \\ P(X = 6) &= \frac{15}{24} \cdot \frac{14}{23} \cdot \frac{13}{22} = \frac{2730}{12144} \approx 0.225 \end{aligned}$$

c) Ce jeu est-il favorable au joueur ?

$$\begin{aligned} E(X) &= (-70) \cdot \frac{504}{12144} + 1 \cdot \frac{3240}{12144} + 3 \cdot \frac{5670}{12144} + 6 \cdot \frac{2730}{12144} \\ &= \frac{1350}{12144} \approx 0.111 \end{aligned}$$

Oui !

9.

a)  $\overline{AB}(8; -2; 10)$  ,  $\begin{cases} x = 8k + 2 \\ y = -2k + 2 \\ z = 10k + 1 \end{cases} k \in \mathbb{R}$ .

b)  $\pi : 2x + 2y - z - 3 = 0$   
 $2(8k + 2) + 2(-2k + 2) - (10k + 1) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2k = -4$   
 Point  $I(-14; 6; -19)$ .

c)  $\text{dist}(A, \pi) = \frac{|4 + 4 - 1 - 3|}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$

d)  $\vec{n}(2; 2; -1)$  ; par exemple  $\vec{p}(1; 0; 2)$  d'où :  $\begin{cases} x = k \\ y = 0 \\ z = 2k \end{cases} k \in \mathbb{R}$ .

12. 4) On pose  $D =$  déplacement à droite (d'une case)  
 $=$  déplacement en haut (d'une case)  
 Un déplacement de A à B peut être codé par un "mot" comportant 5 x D et 5 x H.  
 Au total il y a  $\overline{P}_n(5;5) = \frac{10!}{5!5!}$   
 $= 252$  possibilités  
 Les cas "favorables" sont tous les trajets qui passent par C (3;2)  
 Il y a  $\overline{P}_5(3;2) = \frac{5!}{3!2!} = 10$  cas pour aller de A à C  
 Idem, il y a 10 cas pour aller du point C au point B ( $= \overline{P}_5(2;2)$ )  
 Il y a donc  $10 \times 10 = 100$  trajectoires passant par le point C  
 $P = \frac{100}{252} = 39.68\%$

2) Les déplacements depuis A ou depuis B étant indépendants, et la symétrie des deux trajectoires faisant que chacune des deux trajectoires passe par C (3;2) en exactement 5 étapes, donc au même moment, on aura (cf question 1):  
 $P(A \rightarrow C \rightarrow B) = \frac{100}{252} = 39.68\%$   
 $P(B \rightarrow C \rightarrow A) = \text{idem}$   
 $P = \frac{100}{252} \cdot \frac{100}{252} = \left(\frac{100}{252}\right)^2 = 15.75\%$

3) Aux points (0;5) (1;4) (2;3) (3;2) ou (5;0)  
 chacun aura par suite 5 étapes et il lui restera 5 étapes pour venir

4) La probabilité de rencontre au point (3;2) a été calculée à la question 2) [on utilisait la notation de la question 1). Par symétrie on aura  $P(3;2) = P(2;3) = 15.75\%$   
 Notation  $P(3;2) =$  proba que la rencontre se fasse en (3;2)  
 De manière analogue:  
 $P(1;4) = P(4;1) = \left[\frac{P_5(1;4) \cdot P_5(4;1)}{P_{10}(5;5)}\right]^2$   
 $P(0;5) = P(5;0) = \left[\frac{P_5(0;5) \cdot P_5(5;0)}{P_{10}(5;5)}\right]^2$   
 $P = 8 \cdot \left(\frac{100}{252}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{352}\right)^2 = 53.47\%$

10. a)  $\mu = 182$   $P(X > 175) = 0.84$   $0.84 \equiv \Phi(0.99)$   
 $\frac{182 - 175}{\sigma} \equiv 0.99$   $\sigma \equiv \frac{7}{0.99} \approx 7.07$   
 $V(X) = 49.98$   
 b)  $\frac{194 - 182}{\sigma} \approx 1.706$   $\Phi(1.70) = 0.95543$   
 $P(X > 194) \approx 0.04457$   
 Nombre d'athlètes :  $500 \cdot 0.04457 = 22.3$ ,  
 c'est-à-dire 23 athlètes.

11. (a) On a  $2dm^2 = 0.02m^2 = \frac{2}{100}m^2$  et  $x \cdot \ell = \frac{2}{100} \Rightarrow \ell = \frac{2}{100x}$   
 (b)  $L(x) = x + \ell + x$   
 $= x + \frac{2}{100x} + x$   
 $= 2x + \frac{2}{100x}$   
 avec Domaine de validité de  $D_\ell = ]0; +\infty[$   
 (c)  $L'(x) = 2 - \frac{1}{50x^2} \Rightarrow L'(x) = \frac{100x^2 - 1}{50x^2}$   
 $D_\ell = \mathbb{R}^+ \quad Z_L = \left\{ -\frac{1}{10}, \frac{1}{10} \right\}$

	-1/10	0	1/10
$L'(x)$	+	-	-
$L$	max	min	+

Frottement minimum pour  $x = \frac{1}{10} = 0.1m = 1dm \Rightarrow \ell = 0.2m = 2dm$