

Les erreurs classiques ...

Les comprendre ... pour mieux les éviter !

« Errare humanum est, sed perseverare diabolicum est »
Proverbe latin

Pourcentages : 2 erreurs possibles

Énoncé

Le prix d'une assurance maladie augmente de 5% par an. La prime actuelle est de 438 chf par mois.
Quelle était la prime trois ans auparavant ?

erreur 1

La baisse totale sur trois ans est de $5\%+5\%+5\% = 15\%$
donc $438 - 15\% \cdot 438 = 438 - 0,15 \cdot 438 = 372,3$
La prime il y a trois ans était de 372,30 chf

faux !

Pourquoi ? Une nouvelle augmentation (réduction) impacte non seulement le prix de départ mais également la part qui avait déjà été augmentée (réduite) précédemment.

erreur 2

Prix un an auparavant : $438 - 5\% \cdot 438 = 438 \cdot 95\% = 438 \cdot 0,95$
prix deux ans auparavant : $(438 \cdot 0,95) - 5\% \cdot (438 \cdot 0,95) = (438 \cdot 0,95) \cdot 95\% = (438 \cdot 0,95) \cdot 0,95 = 438 \cdot 0,95^2$
prix trois ans auparavant : $438 \cdot 0,95^2 - 5\% \cdot (438 \cdot 0,95^2) = (438 \cdot 0,95^2) \cdot 0,95 = 438 \cdot 0,95^3 \approx 375,5$
La prime il y a trois ans était d'environ 375,5 chf

faux !

Pourquoi ? Lorsqu'on dit qu'un prix augmente (resp. baisse) de 5% et qu'on connaît le prix final, il ne faut pas soustraire (resp. ajouter) 5% au prix final pour obtenir le prix initial, mais diviser le prix final par 105% (resp. par 95%).
En effet, l'augmentation (resp. la réduction) est relative au prix de départ et non au prix final !

Corrigé

Soit x le prix il y a trois ans ; après 1 an, le nouveau prix est de : $x + 0,05x = x(1,05)$
après 2 ans : $[x(1,05)] + 0,05[x(1,05)] = x(1,05)[1 + 0,05] = x(1,05)^2$
après 3 ans : $x(1,05)^3$, donc on a : $x(1,05)^3 = 438$ c'est-à-dire : $x \cdot (1,05)^3 = 438 \Leftrightarrow x = \frac{438}{(1,05)^3} \approx 378,4$ chf
La prime il y a trois ans était d'environ 378,4 chf

juste