Ma4A Ch2: Ln-Exp

## Trouver une primitive – étape 1+



Une fonction réelle f définie par f(x)=... sur un intervalle [a;b]



Rappel Si f est continue, on sait qu'une primitive F existe par thm fond I (et même une infinité de primitives G = F + cte)



Objectif
Déterminer une expression algébrique pour F(x)

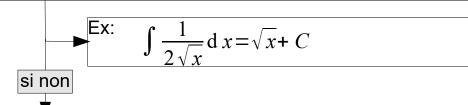


Pourquoi? Calculer (plus) facilement des intégrales

par thm fond II



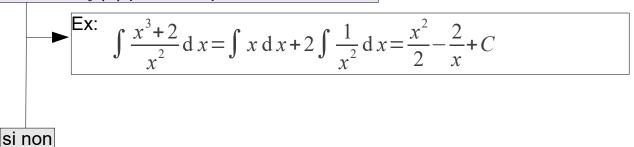
1. On vérifie s'il s'agit d'une primitive élémentaire



2. Peut-on utiliser les propriétés de l'intégrale, en particulier « sortir » les constantes multiplicatives du calcul et/ou décomposer en sommes/diff?

$$= \sum_{x \in S} \frac{1}{3} x^2 - 2 dx = 3 \int x^2 dx - \int 2 dx = 3 \frac{x^3}{3} - 2x + C = x^3 - 2x + C$$
 si non

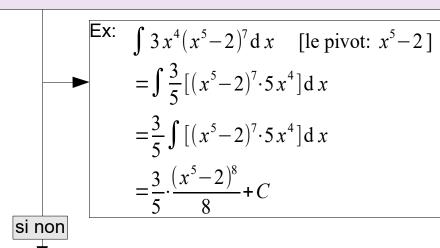
3. Peux-on récrire f(x) pour simplifier le calcul?



Ma4A Ch2 : Ln-Exp

## 4. Peut-on utiliser la composition?

$$\int g'(f(x)) \cdot f'(x) dx = g(f(x)) + C$$
ou 
$$\int g(f(x)) \cdot f'(x) dx = G(f(x)) + C$$





## 5. Méthodes avancées

Intégration par substitution ou changement de variable $I = \int_{0}^{2} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx  \text{on pose} : x+1=t \Leftrightarrow t=x-1$ $dx = dt$ $x=0 \Leftrightarrow t=1 \text{ et } x=2 \Leftrightarrow t=3$ $I = \int_{0}^{3} \frac{t-1}{\sqrt{t}} dx = \int_{0}^{3} \sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}} dx = \int_{0}^{3} t^{\frac{1}{2}} - t^{-\frac{1}{2}} dx = \dots \frac{4}{3}$ $Ex: F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^{2}}} dx  \text{on pose} : x=\sin(t) \Leftrightarrow t=\arcsin(x)$ $dx = \cos(t) dt$	O. Mothodos avanocos	
Intégration par substitution ou changement de variable $I = \int_{0}^{2} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx  \text{on pose} : x+1=t \Leftrightarrow t=x-1 \\ dx = dt \\ x=0 \Leftrightarrow t=1 \text{ et } x=2 \Leftrightarrow t=3$ $I = \int_{0}^{3} \frac{t-1}{\sqrt{t}} dx = \int_{0}^{3} \sqrt{t} - \frac{1}{\sqrt{t}} dx = \int_{0}^{3} t^{\frac{1}{2}} - t^{-\frac{1}{2}} dx = \dots \frac{4}{3}$ $Ex: F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx  \text{on pose} : x=\sin(t) \Leftrightarrow t=\arcsin(x)$ $dx = \cos(t) dt$		Ex: $\int x \cdot \cos(x) dx = x \cdot \sin(x) - \int 1 \cdot \sin(x) dx$ $= x \cdot \sin(x) - (-\cos(x)) + C = x \cdot \sin(x) + \cos(x) + C$
	substitution ou changement de	Ex: $I = \int_{0}^{2} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ on pose : $x+1=t \Leftrightarrow t=x-1$ $dx = dt$ $x=0 \Leftrightarrow t=1 \text{ et } x=2 \Leftrightarrow t=3$
$F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(t)}} \cos(t) dt = \int \frac{\cos(t)}{ \cos(t) } \cos(t) dt \stackrel{\text{car}}{=} \int \frac{\cos(t)}{\cos(t)}$ $= \int 1 \cos(t) dt = t + C = \arcsin(x) + C$		$F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(t)}} \cos(t) dt = \int \frac{\cos(t)}{ \cos(t) } \cos(t) dt \stackrel{\text{car}}{=} \int \frac{\cos(t)}{\cos(t)} dt$

Fonctions trigonométriques réciproques

F(x)=
$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan(x) + C$$

Si non : on pourrait continuer ; il existe d'autres méthodes ...



Remarque : de très nombreuses fonctions admettent une primitive sans qu'on puisse obtenir une expression algébrique explicite F(x) ...