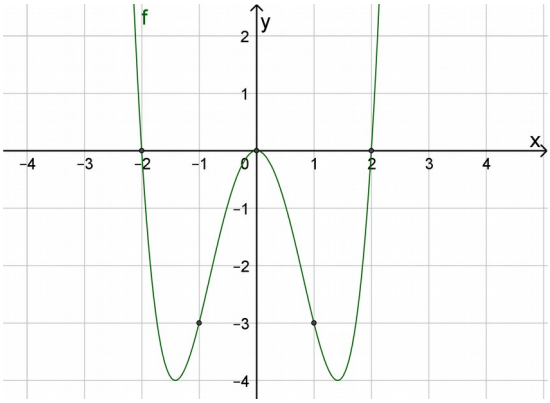
Exercice 4

(a) $f(x)=x^4-4x^2=x^2(x^2-4)=x^2(x+2)(x-2)$ donc $f(x)=0 \Leftrightarrow Z_f=\{-2;0;2\}$

Tableau de signes :

x		-2		0		2	
x^2	+	+	+	0	+	+	+
$(x-2)$	-	-	-	-	-	0	+
$(x+2)$	-	0	+	+	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-	0	+



On obtient donc $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-2;2[\setminus \{0\}$

et $f(x)>0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$

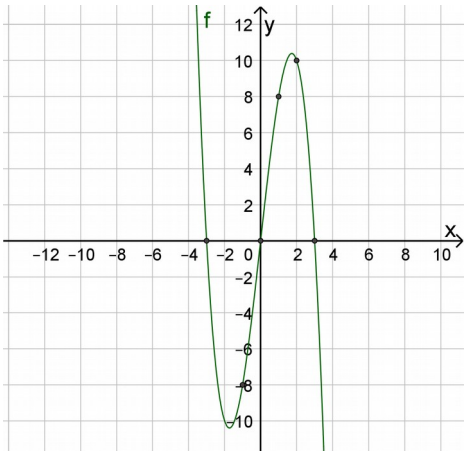
De plus, on calcule par exemple :

$f(1)=-3,\ f(-1)=-3,\ f(3)=45$

(b) $f(x)=9x-x^3=x(9-x^2)=x(3+x)(3-x)$ donc $f(x)=0 \Leftrightarrow Z_f=\{-3;0;3\}$

Tableau de signes :

x		-3		0		3	
x	-	-	-	0	+	+	+
$(3+x)$	-	0	+	+	+	+	+
$(3-x)$	+	+	+	+	+	0	-
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-



On obtient donc $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-3;0[\cup]3;+\infty[$

et $f(x)>0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-3[\cup]0;3[$

De plus, on calcule par exemple :

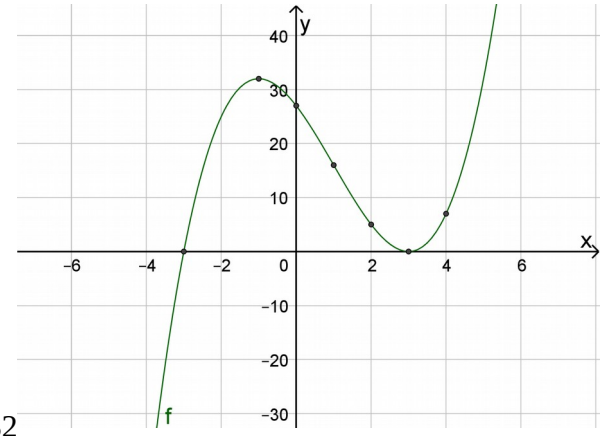
$f(1)=8,\ f(-1)=-8,\ f(2)=10$

(c) $f(x)=x^3-3x^2-9x+27=x^2(x-3)-9(x-3)=(x^2-9)(x-3)=(x+3)(x-3)(x-3)$ donc

$f(x)=0 \Leftrightarrow Z_f=\{-3;3\}$

Tableau de signes :

x		-3		3	
$(x+3)$	-	0	+	+	+
$(x-3)$	-	-	-	0	+
$(x-3)$	-	-	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	0	+



On obtient donc $f(x)>0 \Leftrightarrow x \in]-3;+\infty[\setminus \{3\}$

et $f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-3[$ De plus, on calcule :

$f(0)=27,\ f(1)=16,\ f(2)=5,\ f(4)=7,\ f(-1)=32$

Note : Attention à l'échelle qui n'est pas de 1:1

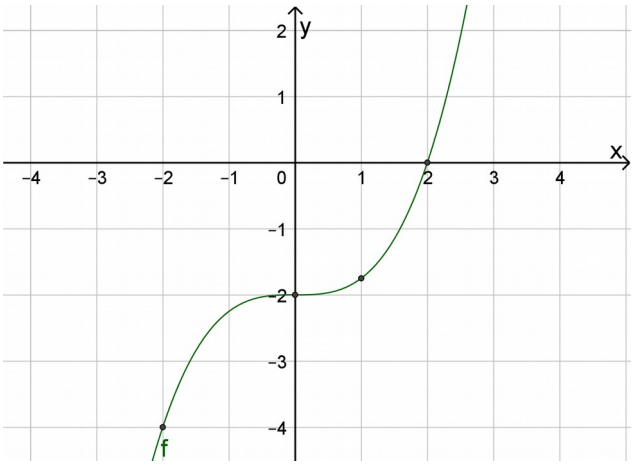
(d) $f(x)=\frac{1}{4}x^3-2=\frac{1}{4}(x^3-8)=\frac{1}{4}(x-2)(x^2+2x+4)$

On a $f(x)=0 \Leftrightarrow x-2=0,\ x^2+2x+4=0$

Comme $x^2+2x+4=0 \Leftrightarrow S=\emptyset$ car $\Delta=b^2-4ac=4-4\cdot 4=-12<0$ on a $f(x)=0 \Leftrightarrow Z_f=\{2\}$

Tableau de signes :

x		2	
$\frac{1}{4}(x-2)$	-	0	+
x^2+2x+4	+	+	+
$f(x)$	-	0	+



On obtient donc $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]2;+\infty[$

et $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in]-\infty;2[$

De plus, on calcule par exemple :

$f(0)=-2,\ f(1)=1.75,\ f(-2)=-4$

(e) $f(x)=-\frac{1}{16}x^4+1=1-\frac{1}{16}x^4=(1+\frac{1}{4}x^2)(1-\frac{1}{4}x^2)=(1+\frac{1}{4}x^2)(1+\frac{1}{2}x)(1-\frac{1}{2}x)$

On a $f(x)=0 \Leftrightarrow 1+\frac{1}{4}x^2=0,\ 1+\frac{1}{2}x=0,\ 1-\frac{1}{2}x=0$

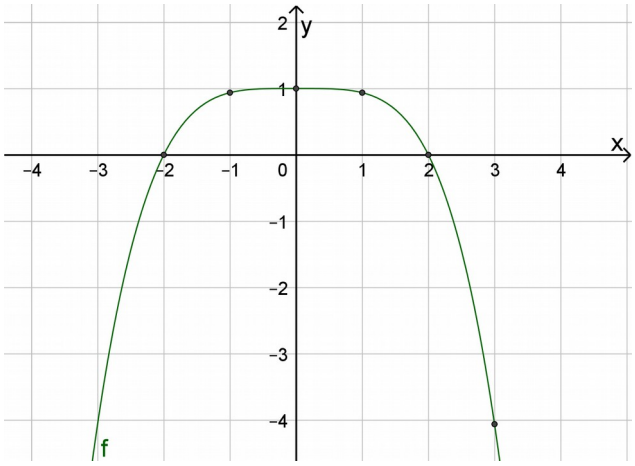
$\Leftrightarrow x^2=-4,\ x=-2,\ x=2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{-4}\notin\mathbb{R},\ x=-2,\ x=2 \Leftrightarrow Z_f=\{-2;2\}$

x		-2		0		2	
x^2	+	+	+	0	+	+	+
$(x-2)$	-	-	-	-	-	0	+
$(x+2)$	-	0	+	+	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-	0	+

et $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$

De plus, on calcule par exemple :

$f(1)=-3,\ f(-1)=-3,\ f(3)=45$



On obtient donc $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]2;+\infty[$

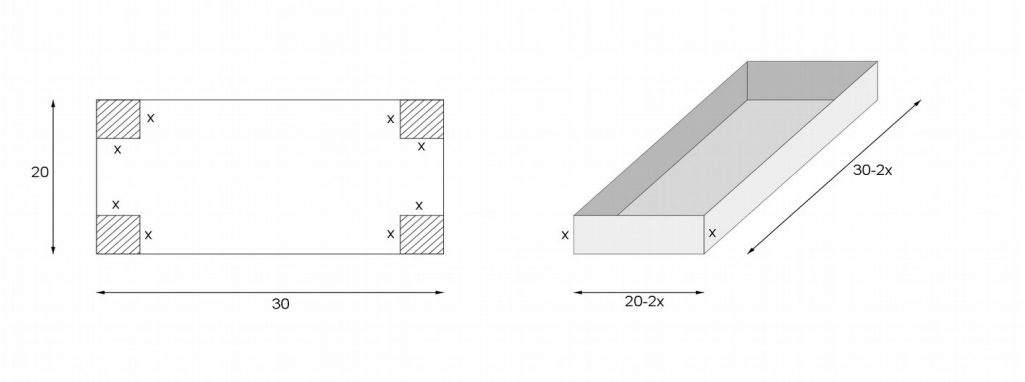
et $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]-2;2[$

De plus, on calcule par exemple :

$f(0)=1,\ f(1)=f(-1)\simeq 0.94,\ f(3)\simeq -4.06$

Exercice 5

(a)



Ce problème a du sens pour $20-2x>0 \Leftrightarrow 20>2x \Leftrightarrow 10>x$. Donc $D_{vip}=]0;10[$

(b) On a $V(x)=x(30-2x)(20-2x)=x(600-100x+4x^2)=4x^3-100x^2+600x$

$V(x)=0 \Leftrightarrow Z_V=\{0;10;15\}$

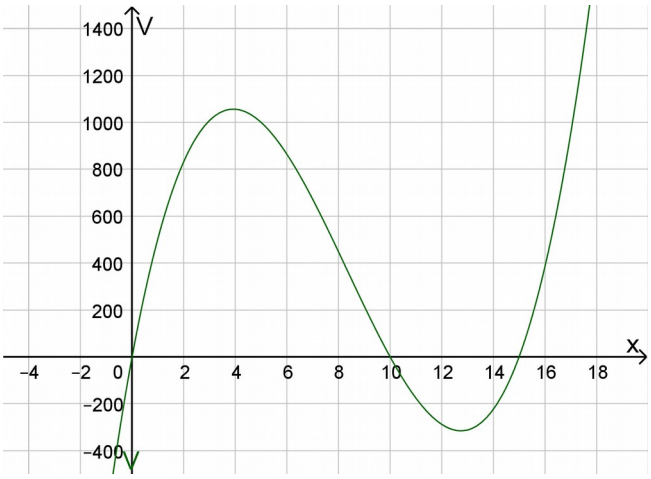


Tableau de signes :

x		0		10		15	
x	-	0	+	+	+	+	+
$(20-2x)$	+	+	+	0	-	-	-
$(30-2x)$	+	+	+	+	+	0	-
$V(x)$	-	0	+	0	-	0	+

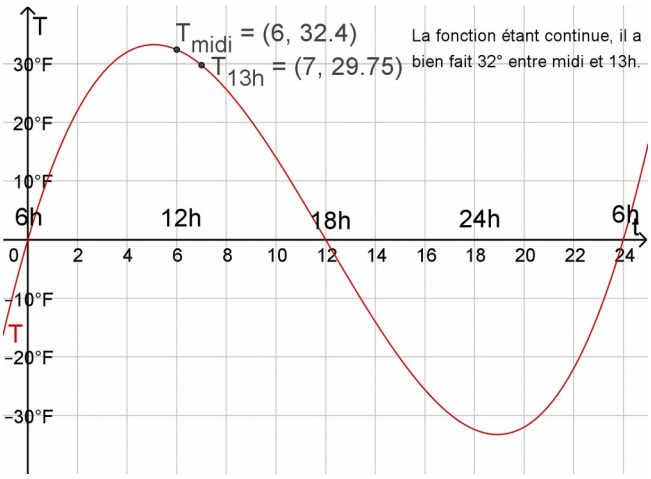
(c) On obtient donc $V(x)>0 \Leftrightarrow x\in]0;10[\cup]15;+\infty$

Exercice 6

(a) On a $T(t)=\frac{1}{20}t(t-12)(t-24) \Leftrightarrow Z_t=\{0;12;24\}$

Tableau de signes :

t		0		12		24	
t	-	0	+	+	+	+	+
$(t-12)$	-	-	-	0	+	+	+
$(t-24)$	-	-	-	-	-	0	+
$T(t)$	-	0	+	0	-	0	+



On obtient donc $T(t)>0 \Leftrightarrow t\in]0;12[$

et $T(t)<0 \Leftrightarrow t\in]12;24[$ (rappel : $0\leq t\leq 24$)

(b) et

(c) Voir le graphique ci-contre (qu'on pourra aisément réaliser avec la calculatrice → *table*)