Act 5

a) Conj

démonstration → vraie → théorème

contre-exemple → fausse

hypothèse(s) conclusion(s)

Si $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$, alors $\log_a(a) = 1$ et $\log_a(1) = 0$

implication

démonstration :

$\log_a(a) \overset{?}{=} 1 \iff a^1 \overset{?}{=} a$ [déf $\log_a$]

$\Rightarrow a \overset{?}{=} a$ [déf a^n pour $n \in \mathbb{N}^*$]

$a \xrightarrow{\log_a(\dots)} 1$

$a^{\dots}$

$\log_a(1) \overset{?}{=} 0 \iff a^0 \overset{?}{=} 1$ [déf $\log_a$]

$\iff 1 \overset{?}{=} 1$ [déf a^0 $(a \neq 0)$]

~~cqfd~~

OK ou ~~cqfd~~ ou $\square$

b) <u>Conj:</u>

Fie $\begin{cases} a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\} \\ x \in \mathbb{R}^{\cancel{*}} \end{cases}$, atunci $\log_a(a^x) = x$

<u>dem:</u> $\log_a(a^x) \overset{?}{=} x \iff a^x \overset{?}{=} a^x$

~~cqfd~~ $[\text{def} \log_a]$

$$a^x \underset{a^{\cdots}}{\overset{\log_a(\ldots)}{\rightleftarrows}} x$$

c) Conj:

Si $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ et $x \in \mathbb{R}_+^*$, alors $a^{\log_a(x)} = x$

dem

$$a^{\log_a(x)} \overset{?}{=} x \iff \log_a(x) \overset{?}{=} \log_a(x) \quad [\text{déf } \log_a]$$

$$\log_a(x) \underset{\log_a(\ldots)}{\overset{a^{\ldots}}{\rightleftarrows}} x$$

oui

d) Conj:

Si $x, y \in \mathbb{R}_+^*$, alors $[\log_a(x) = \log_a(y) \iff x = y]$

dem: $\Leftarrow$ Hyp: $x = y$

Concl: $\log_a(x) = \log_a(y)$ [ok, car $x, y \in \mathbb{R}_*^+ = D_{\log_a}$]

domaine de définition de la fct $\log_a$

$\Rightarrow$ Hyp: $\log_a(x) = \log_a(y)$

Concl: $x = y$

[ok, car $\log_a$ est bijective et $x, y \in D_{\log_a}$