

# Act 5

hypothèse(s)

conclusion(s)

implication

a) Conj

$S: a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ , alors

$$\log_a(a) = 1 \text{ et } \log_a(1) = 0$$

démonstration

contre-exemple

↓  
vraie

↓  
fauxse  
⊗

théorème

démonstration:

$$\log_a(a) \stackrel{?}{=} 1 \Leftrightarrow a^1 \stackrel{?}{=} a$$

[def  $\log_a$

$$\Rightarrow a \stackrel{?}{=} a$$

[def  $a^n$   
pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ]

$$\log_a(1) \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow a^0 \stackrel{?}{=} 1$$

[def  $\log_a$ ]

$$\Rightarrow 1 \stackrel{?}{=} 1$$

[def  $a^0$  ( $a \neq 0$ )]

OK ou ~~qfd~~ ou  $\square$

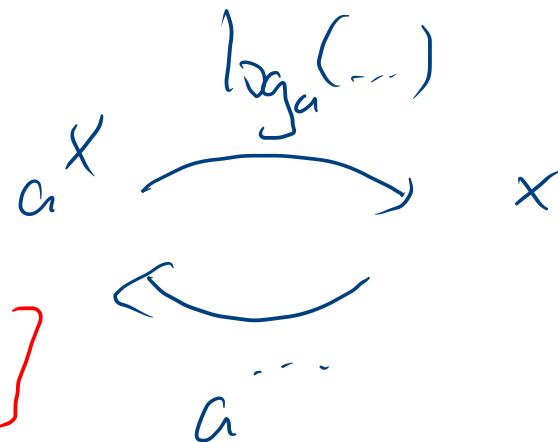


b) Conj:

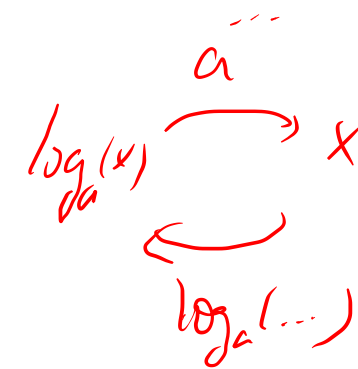
Si  $\{a \in \mathbb{R}_+^* \mid a \neq 1\}$ , alors  $\log_a(a^x) = x$   
 $\{x \in \mathbb{R}\}$

dem:  $\log_a(a^x) \stackrel{?}{=} x \quad (\Rightarrow) a^x \stackrel{?}{=} a^x$

qfd [def  $\log_a$ ]



c) Conj:  
Si  $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$  et  $x \in \mathbb{R}_+^*$ , alors  $a^{\log_a(x)} = x$

dem  $a^{\log_a(x)} \stackrel{?}{=} x \Leftrightarrow \log_a(x) \stackrel{?}{=} \log_a(x)$  [def  $\log_a$ ] 

OK

d) Conj:  
Si  $x, y \in \mathbb{R}_+^*$ , alors  $[\log_a(x) = \log_a(y) \Leftrightarrow x = y]$

dem:  $\Leftarrow$  Hyp:  $x = y$   
Concl:  $\log_a(x) = \log_a(y)$  [OK, car  $x, y \in \mathbb{R}_+^* = D_{\log_a}$ ]

domaine de  
définition de  
la fct  $\log_a$

$\Rightarrow$  Hyp:  $\log_a(x) = \log_a(y)$   
Concl:  $x = y$  [OK, car  $\log_a$  est bijective et  $x, y \in D_{\log_a}$ ]