Ma2 Chapitre 2 Corrigé des exercices 28 à 44

ex28

a. $x < x + 1$ pour tout nombre x.

VRAI. Un nombre augmenté de 1 est strictement plus grand que le nombre de départ.

ou $x < x+1$ $\downarrow -x$
$\Leftrightarrow 0 < 1$
$S = \mathbb{R}$, donc Vrai

b. $2x \geqslant x$ pour tout nombre x.

FAUX. Si le nombre est négatif, l'inégalité n'est plus vérifiée. Exemple: -6<-3

Cette inégalité est vraie uniquement si $x \geqslant 0$.

ou $2x \geqslant x$ $\downarrow -x$
$x \geqslant 0$
$S = \mathbb{R}_+ = [0;+\infty[$ donc Faux

ou contre-exemple : $x = -1 \Rightarrow 2(-1) \geqslant -1$ faux

c. $x < 0$ pour tout nombre x.

FAUX. Tout nombre strictement positif est supérieur à 0.

Cette inégalité n'est vraie que pour les nombres strictement négatifs.

ou $S =]-\infty;0[= \mathbb{R}_-^*$ donc Faux

ou contre-exemple : $x = -1$
$-1 < 0$ est faux

ex29

a.

Pour $x = -2$:
$5 \times (-2) = -10$
Or: $-10 \leqslant -10$ est vrai
donc: -2 est une solution de l'inéquation.

Pour $x = 0$:
$5 \times 0 = 0$
Or: $0 \leqslant -10$ est faux
donc: 0 n'est pas une solution de l'inéquation.

Pour $x = 2$:
$5 \times 2 = 10$
Or: $10 \leqslant -10$ est faux
donc: 2 n'est pas une solution de l'inéquation.

b.

Pour $x = 3$:
$3 + 1 = 4$
Or: $4 > 0$ est vrai
Donc le nombre 3 est une solution de l'inéquation $x + 1 > 0$.

Pour $x = -1$:
$-1 + 1 = 0$
Or: $0 > 0$ est faux
Donc le nombre -1 n'est pas une solution de l'inéquation $x + 1 > 0$.

c.

Pour $x = -2$:
$2 \times (-2) = -4$
Or: $-4 \geqslant 0$ est faux
Donc le nombre -2 n'est pas solution de l'inéquation $2x \geqslant 0$.

Pour $x = 0$:
$2 \times 0 = 0$
Or: $0 \geqslant 0$ est vrai
Donc le nombre 0 est une solution de l'inéquation $2x \geqslant 0$.

d.

Pour $x = 3$:
$2 \times 3 + 1 = 7$
Or: $7 \leqslant 0$ est faux
Donc le nombre 3 est une solution de l'inéquation $2x + 1 \leqslant 0$.

Pour $x = -3$:
$2 \times (-3) + 1 = -5$
Or: $-5 \leqslant 0$ Vrai
Donc le nombre -3 est une solution de l'inéquation $2x + 1 \leqslant 0$.

ex30

a) $x \geqslant -5$

b) $x \geqslant 0$

c) $x \geqslant -1$

ex 32

a. $2(x+5) > (x+3) - (x-1)$

$\Leftrightarrow 2x + 10 > x + 3 - x + 1$

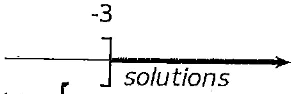
$\Leftrightarrow 2x + 10 > 4$

$\Leftrightarrow 2x > 4 - 10$

$\Leftrightarrow 2x > -6$

$\Leftrightarrow x > \frac{-6}{2}$

$\Leftrightarrow x > -3$ $\quad S =]-3; +\infty[$



b. $4 - (2x - 1) \leqslant 3(4x + 1)$

$4 - 2x + 1 \leqslant 12x + 3$

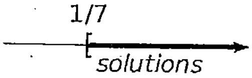
$\Leftrightarrow 5 - 2x \leqslant 12x + 3$

$\Leftrightarrow -2x - 12x \leqslant 3 - 5$

$\Leftrightarrow -14x \leqslant -2$

$\Leftrightarrow x \geqslant \frac{-2}{-14}$

$\Leftrightarrow x \geqslant \frac{1}{7}$ $\quad S = [\frac{1}{7}; +\infty[$



ex 31

a) $3x + 2 \leq 2(2x+4)$ $\quad$ développer (distributivité)

$\Leftrightarrow 3x + 2 \leq 4x + 8$ $\quad -3x - 8$

$\Leftrightarrow -6 \leq x$

$S = [-6; +\infty[$

b) $(x+2)^2 \leq (x-3)^2$ $\quad$ dév. (id. remarquable)

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 \leq x^2 - 6x + 9$ $\quad -x^2 + 6x - 4$

$\Leftrightarrow 10x \leq 5$ $\quad \div 10$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{10}$ $\quad$ simplification de fraction

$\Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$

$S =]-\infty; \frac{1}{2}]$

ex 33

a) $5x \leq 5x - 2$ $\quad \downarrow -5x$

$\Leftrightarrow 0 \leq -2$

$S = \emptyset$

b) $5x \leq 5x + 2$ $\quad \downarrow -5x$

$\Leftrightarrow 0 \leq 2$

$S = \mathbb{R}$

c) $3x + 9 \geq 9 + 3x$ $\quad \downarrow -3x-9$

$0 \geq 0$

$S = \mathbb{R}$

ex 34

a) $\frac{x-1}{4} < \frac{2x-3}{2} + 5 \Leftrightarrow \frac{x-1}{4} < \frac{4x-6}{4} + \frac{20}{4}$ $\quad \downarrow$ amplification de fractions

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{4} < \frac{4x-14}{4}$ $\quad \downarrow \cdot 4$

$\Leftrightarrow x - 1 < 4x - 14$ $\quad \downarrow -x+14$

$\Leftrightarrow 13 < 3x$ $\quad \downarrow \div 3$

$\Leftrightarrow \frac{13}{3} < x$

$S = \left]\frac{13}{3}; +\infty\right[$

b) $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} < \frac{2x}{3} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{3x-2}{6} < \frac{4x-3}{6}$ $\quad \downarrow \cdot 6$

$\Leftrightarrow 3x - 2 < 4x - 3$ $\quad \downarrow -3x+3$

$\Leftrightarrow 1 < x$

$S =]1; +\infty[$

c) $(x+3)(x-1) > (x+2)^2 + 5 \Leftrightarrow \cancel{x^2} + 3x - x - 3 > \cancel{x^2} + 4x + 4 + 5$

$\Leftrightarrow 2x - 3 > 4x + 9 \Leftrightarrow -12 > 2x$

$\Leftrightarrow -6 > x$

$S =]-\infty; -6[$

d) $2(x+1)^2 < (x+2)^2 - 7 \Leftrightarrow 2(x^2 + 2x + 1) < x^2 + 4x + 4 - 7$

$\Leftrightarrow 2x^2 + \cancel{4x} + 4 - x^2 - \cancel{4x} + 3 < 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 7}_{\text{tjs} > 0} < 0$

$S = \emptyset$

ex35

a) $\underbrace{x(x-2)(x+4)}_{f(x)} > 0$

x		-4		0		2	
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$S =]-4;0[\cup]2;+\infty[$

b) $\underbrace{(x-3)(x+2)^2}_{f(x)} \leq 0$

x		-2		3	
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x+2)^2$	$+$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S = [-2;3]$

c) cf b) : $S =]-\infty;-2] \cup [3;+\infty[$

d) $\underbrace{x^2(x-1)(x+1)}_{f(x)} \geq 0$

x		-1		0		1	
x^2	$+$	$+$	$+$	0	$+$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

$S =]-\infty;-1] \cup \{0\} \cup [1;+\infty[$

e) $x^2(x-2)(x+3) < 0$

⋮

$S =]-3;0[\cup]0;2[$

f) $3(x+1)^3(2x+5) < 0$

⋮

$S =]-\frac{5}{2};-1[$

ex36

a) $4x^2 - 36 \leq 0 \Leftrightarrow \underbrace{4(x^2-9)}_{f(x)} \leq 0$

x		-3		3	
$4(x^2-9)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$S = [-3;3]$

b) $(x+3)^2 > 6(x+1) \Leftrightarrow (x+3)^2 - 6(x+1) > 0$

$\Leftrightarrow x^2 + \cancel{6x} + 9 - \cancel{6x} - 6 > 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{x^2+3}_{\text{tjs positif!!!}} > 0$ $\quad S = \mathbb{R}$

c) $x^2 < 3(2x-3) \Leftrightarrow x^2 < 6x - 9 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 < 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{(x-3)^2}_{\text{toujours} \geq 0} < 0$ $\quad S = \{3\}$

d) $(x+1)^2 \geq x^2 - 1 \Leftrightarrow \cancel{x^2} + 2x + 1 - \cancel{x^2} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x + 2 \geq 0$

$\Leftrightarrow 2(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$

$S = [-1;+\infty[$

ex37

Si on note x le nombre choisi au départ, le triple de x s'écrit: $3x$ et ensuite, on ajoute 5, ce qui donne l'inéquation:

$3x + 5 < 0$ que l'on résout :

$3x < -5 \Leftrightarrow x < \frac{-5}{3}$

Donc, le nombre x choisit au départ était forcément strictement plus petit que $\frac{-5}{3}$

ex38

a.

P_1 en fonction de x: $P_1 = 7,50x$

P_2 en fonction de x: $P_2 = 27 + 5,25x$

b.

On intérêt à s'abonner si le tarif 2 devient plus aantageux que le tarif 1, c'est-à-dire:

$P_1 > P_2$

$\Leftrightarrow 7,50x > 27 + 5,25x$

$\Leftrightarrow 7,50x - 5,25x > 27$

$\Leftrightarrow 2,25x > 27$

$\Leftrightarrow x > \frac{27}{2,25}$

$\Leftrightarrow x > 12$

On a intérêt de s'abonner si on achète au moins 12 places.

ex39

a.

ABCD : P=2(x+1)+2(x-3)=4x-4

EFG : P'=3x

b.

4x-4 < 3x ⇔ x<4

x doit être stictement compris entre 3 et 4

ex40

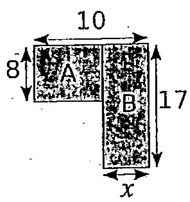
15+x ⩾ (2/3)(27+x)

45+3x ⩾ 54+2x

x ⩾ 9

il faut au moins 9 mathématiciens

ex41



Le périmètre du rectangle A est PA = 8(10 – x) = 80 – 8x

Le périmètre du rectangle B est $P_B = 17x$

$P_A > P_B$

$80 - 8x > 17x$

$80 > 17x - 8x$

$80 > 9x$

$\frac{80}{9} > x$

La longueur x est forcément <u>positive</u> et inférieure à $\frac{80}{9}$.

ex42 a) $|x+3| = 0{,}01 \iff x+3 = \pm 0{,}01$

$\iff x = -3 \pm 0{,}01$

$\iff x = -3{,}01$ ou $x = -2{,}99$

$S = \{-3{,}01 ; -2{,}99\}$

b) $|x+2| + 0{,}1 = 0{,}2 \iff |x+2| = 0{,}1$

$\iff x+2 = \pm 0{,}1$

$\iff x = -2 \pm 0{,}1$

$S = \{-2{,}1 ; -1{,}9\}$

ex43 a) $|x+3| < 0{,}01 \iff -0{,}01 < x+3 < 0{,}01$

$\iff -3{,}01 < x < -2{,}99$

$S =]-3{,}01 ; -2{,}99[$

b) $|x+2| + 0{,}1 \geqslant 0{,}2 \iff |x+2| \geqslant 0{,}1$

$\iff x+2 \geqslant 0{,}1$ ou $x+2 \leqslant -0{,}1$

$x \geqslant -1{,}9$ $\quad$ $x \leqslant -2{,}1$

$S =]-\infty ; -2{,}1] \cup [-1{,}9 ; +\infty[$

c) $2|-11-7x| - 2 > 10 \iff 2|-11-7x| > 12$

$\iff |-11-7x| > 6$

$\iff -11-7x > 6$ ou $-11-7x < -6$

$-7x > 17$ $\quad$ $-7x < 5$

$x < -\frac{17}{7}$ $\quad$ $x > -\frac{5}{7}$

$S =]-\infty ; -\frac{17}{7}[\cup]-\frac{5}{7} ; +\infty[$

d) $\underbrace{|7x+2|}_{\text{toujours positif ou nul !}} > -2$

$S = \mathbb{R}$

ex 44 a) $|x+3| < x-2$

Cas 1 : $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \geq -3 \end{cases}$

$x+3 < x-2$

$\Leftrightarrow \quad 3 < -2$

$S_1 = \emptyset$

Cas 2 : $\begin{cases} x+3 < 0 \\ x < -3 \end{cases}$

$-(x+3) < x-2$

$\Leftrightarrow \quad -x-3 < x-2$

$\Leftrightarrow \quad -1 < 2x$

$\Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} < x$

incompatible $S_2 = \emptyset$

$S = \emptyset$

b) $|2x+1| \geq x+4$

Cas 1 : $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x \geq -1 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$

$2x+1 \geq x+4$

$\Leftrightarrow \quad x \geq 3$

$S_1 = [3;+\infty[$

Cas 2 : $\begin{cases} 2x+1 < 0 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$

$-(2x+1) \geq x+4$

$\Leftrightarrow \quad -3x \geq 5$

$\Leftrightarrow \quad x \leq -\frac{5}{3}$

$S_2 =]-\infty; -\frac{5}{3}]$

$S =]-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [3;+\infty[$

c) $|x+2| < -x$

Cas 1 : $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$

$x+2 < -x$

$\Leftrightarrow \quad 2x < -2$

$\Leftrightarrow \quad x < -1$

$S_1 = [-2;-1[$

Cas 2 : $\begin{cases} x+2 < 0 \\ x < -2 \end{cases}$

$-(x+2) < -x$

$\Leftrightarrow \quad -x-2 < -x$

$\Leftrightarrow \quad -2 < 0$

tjs vrai

$S_2 =]-\infty;-2[$

$S =]-\infty;-1[$